

# MATEMATIKA

## 1 – Eksponen dan Logaritma

### EKSPONEN

#### A. Definisi :

Jika  $a$  bilangan real dan  $n$  bilangan bulat positif lebih dari 1 maka  $a^n$  adalah hasil perkalian  $n$  buah faktor yang setiap faktornya sama.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}$$

sebanyak  $n$  faktor

#### Rumus-rumus

1.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
2.  $a^p \times a^q = a^{p+q}$
3.  $a^p : a^q = a^{p-q}$
4.  $(a^p)^q = a^{p \times q}$
5.  $(ab)^n = a^n b^n$
6.  $a^0 = 1$
7.  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

#### B. Bentuk Akar :

#### Menyederhanakan

1.  $a\sqrt{x} + b\sqrt{x} = (a + b)\sqrt{x}$
2.  $a\sqrt{x} - b\sqrt{x} = (a - b)\sqrt{x}$
3.  $\sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \sqrt{b} = a\sqrt{b}$

#### Merasionalkan Penyebut

1.  $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{1}{a} \sqrt{a}$
2.  $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$
3.  $\frac{1}{a - \sqrt{b}} = \frac{1}{a - \sqrt{b}} \cdot \frac{a + \sqrt{b}}{a + \sqrt{b}} = \frac{a + \sqrt{b}}{a^2 - b}$

#### C. Persamaan Eksponen

1.  $a^{f(x)} = a^p \rightarrow f(x) = p$
2.  $a^{f(x)} = a^{g(x)} \rightarrow f(x) = g(x)$
3.  $a^{f(x)} = b^{f(x)} \rightarrow f(x) = 0$
4.  $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}$  maka :
  - $g(x) = h(x)$
  - $f(x) = 1$ , karena  $1^{f(x)} = 1^{g(x)}$
  - $f(x) = -1$ ,  $g(x)$  dan  $h(x)$  sama-sama genap/ganjil
  - $f(x) = 0$ ,  $g(x)$  dan  $h(x)$  sama-sama positif

Dengan:

$a > 0$  dan  $a \neq 1$ ,  $b > 0$  dan  $b \neq 1$ , dan  $a \neq b$

5.  $A\{a^{f(x)}\}^2 + B\{a^{f(x)}\} + C = 0$   
 $a > 0$  dan  $a \neq 1$ ,  $A, B$ , dan  $C$  bilangan real dan  $A \neq 0$

**D. Contoh Soal**

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

Dengan merasionalkan penyebut, bentuk  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

dapat disederhanakan menjadi ....

- A.  $2(\sqrt{10} + \sqrt{6})$
- B.  $2(\sqrt{10} - \sqrt{6})$
- C.  $\frac{1}{2}(\sqrt{10} + \sqrt{6})$
- D.  $\frac{1}{2}(\sqrt{10} - \sqrt{6})$
- E.  $\frac{1}{8}(\sqrt{10} - \sqrt{6})$

**Penyelesaian:**

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{10} - \sqrt{6}}{5 - 3} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{10} - \sqrt{6}) \end{aligned}$$

**Jawaban: D**

**Soal Latihan dan Tugas Mandiri**

1.  $\sqrt[3]{0,125} + \frac{1}{\sqrt[5]{32}} + (0,5)^2 = \dots$ 
  - A. 0,25
  - B. 0,50
  - C. 0,75
  - D. 1,00
  - E. 1,25
2. Jika  $x = 16$  dan  $y = 27$  maka nilai dari  $2x^{-\frac{1}{2}} + y^{\frac{4}{3}} - 3 = \dots$ 
  - A.  $77\frac{1}{2}$
  - B.  $77\frac{3}{4}$
  - C. 78
  - D.  $78\frac{1}{4}$
  - E.  $78\frac{1}{2}$
3. Hasil dari  $16^{0,25} - (0,5)^{-0,5}$  adalah ...
  - A. 0
  - B.  $\sqrt{2}$
  - C.  $2\sqrt{2}$
  - D.  $-\sqrt{2}$
  - E.  $-2\sqrt{2}$
4. Bentuk sederhana dari  $\left(\frac{a^{-3}b^{-3}}{2a^2b^{-1}}\right)^2$  adalah ...

- A.  $\frac{1}{4a^{10}b^4}$
- B.  $\frac{1}{2a^5b^{10}}$
- C.  $\frac{b^2}{4a^{10}}$
- D.  $4a^{10}b^2$
- E.  $2a^{10}b^2$

5.  $\left(\frac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{4}{3}}}{y^{\frac{2}{3}}x^2}\right)^{\frac{3}{4}}$  dapat disederhanakan menjadi ...

- A.  $\sqrt{xy^2}$
- B.  $x\sqrt{y}$
- C.  $\sqrt{x^2y}$
- D.  $xy\sqrt{y}$
- E.  $xy\sqrt{x}$

6. Jika  $a \neq 0$ , maka  $\frac{(-2a)^3(2a)^{\frac{2}{3}}}{(16a^4)^{\frac{1}{3}}} = \dots$

- A.  $-4a$
- B.  $-2a$
- C.  $-2a^2$
- D.  $2a^2$
- E.  $4a$

7. Nilai dari  $4\sqrt{27} - 2\sqrt{48} + \sqrt{147}$  adalah ...
- A.  $27\sqrt{3}$
  - B.  $-3\sqrt{3}$
  - C.  $9\sqrt{3}$
  - D.  $10\sqrt{3}$
  - E.  $11\sqrt{3}$

8. Bentuk sederhana dari  $\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \dots$

- A.  $-5(\sqrt{3} + \sqrt{2})$
- B.  $-5(\sqrt{3} - \sqrt{2})$
- C.  $\frac{1}{5(\sqrt{2} + \sqrt{3})}$
- D.  $-\frac{1}{5(\sqrt{2} + \sqrt{3})}$
- E.  $5(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

9. Dengan merasionalkan penyebut bentuk  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

dapat disederhanakan menjadi ...

- A.  $2(\sqrt{10} + \sqrt{6})$
- B.  $2(\sqrt{10} - \sqrt{6})$
- C.  $\frac{1}{2}(\sqrt{10} + \sqrt{6})$
- D.  $\frac{1}{2}(\sqrt{10} - \sqrt{6})$
- E.  $\frac{1}{8}(\sqrt{10} - \sqrt{6})$

10. Jika  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = a + b\sqrt{6}$ ,  $a$  dan  $b$  bilangan bulat,

maka  $a + b = \dots$

- A.  $-5$
- B.  $3$
- C.  $-3$
- D.  $-2$
- E.  $2$

11. Jika  $a = 2 + \sqrt{7}$  dan  $b = 2 - \sqrt{7}$ , maka  $a^2 + b^2 - 4ab = \dots$

- A.  $36$
- B.  $34$
- C.  $32$
- D.  $30$
- E.  $28$

12. Nilai dari  $\frac{\sqrt{128} - \sqrt{32} + \sqrt{8}}{\sqrt{27}} = \dots$

- A.  $2\sqrt{6}$
- B.  $\frac{2}{3}\sqrt{6}$
- C.  $\frac{2}{9}\sqrt{6}$
- D.  $\frac{2}{3}\sqrt{5}$
- E.  $\frac{1}{3}\sqrt{5}$

13. Jika  $p = \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$  dan  $q = \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ ,  $p + q = \dots$

- A.  $4\sqrt{2}$
- B.  $-4\sqrt{2}$
- C.  $6$
- D.  $-6$
- E.  $1$

14. Diketahui  $a = 4$ ,  $b = 2$ , dan  $c = \frac{1}{2}$ . Nilai

$$(a^{-1})^2 \times \frac{b^4}{c^{-3}} = \dots$$

- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{1}{4}$
- C.  $\frac{1}{8}$
- D.  $\frac{1}{16}$
- E.  $\frac{1}{32}$

15. Diketahui  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = 2$ , dan  $c = 1$ . Nilai dari  $\frac{a^{-2} \cdot b \cdot c^3}{ab^2c^{-1}}$

adalah ...

- A.  $1$
- B.  $4$
- C.  $16$
- D.  $64$
- E.  $96$

16. Nilai dari  $\frac{a^2b^3c^{-1}}{a^{-2}bc^2}$ , untuk  $a = 2$ ,  $b = 3$  dan  $c = 5$  adalah

...

- A.  $\frac{81}{125}$
- B.  $\frac{144}{125}$
- C.  $\frac{432}{125}$

D.  $\frac{1296}{125}$

E.  $\frac{2596}{125}$

17. Jika di ketahui  $x = \frac{1}{3}$ ,  $y = \frac{1}{5}$  dan  $z = 2$  maka nilai dari

$\frac{x^{-4}yz^{-2}}{x^{-3}yz^{-4}}$  adalah ...

- A. 32
- B. 60
- C. 100
- D. 320
- E. 640

18. Diketahui  $a = 2 + \sqrt{5}$  dan  $b = 2 - \sqrt{5}$ . Nilai dari  $a^2 - b^2 = \dots$

- A. -3
- B. -1
- C.  $2\sqrt{5}$
- D.  $4\sqrt{5}$
- E.  $8\sqrt{5}$

19. Bentuk sederhana dari  $\frac{7x^3y^{-4}z^{-6}}{84x^{-7}y^{-1}z^{-4}} = \dots$

A.  $\frac{x^{10}z^{10}}{12y^3}$

**Latihan Soal Essai**

1. Uraikan arti dari :

- a.  $7^3$
- b.  $3^4$
- c.  $(-9)^4$
- d.  $(-2)^3$

2. Hitunglah :

- a.  $(-3) \times (-6)^2$
- b.  $4^3 + 5^3 - 6^3$

3. Tentukan nilai dari :

- a.  $5^{-2}$
- b.  $3^{-2} + 2^{-2} + 1^{-2}$

4. Uraikan dan hitung hasilnya :

- a.  $\left(\frac{3}{5}\right)^2$
- b.  $(0,2)^3$
- c.  $\left(\frac{4}{7}\right)^{-5}$
- d.  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$

B.  $\frac{z^2}{12x^4y^3}$

C.  $\frac{x^{10}y^5}{12z^2}$

D.  $\frac{y^3z^2}{12x^4}$

E.  $\frac{x^{10}}{12y^3z^2}$

20. Bentuk sederhana dari  $\frac{24a^{-7}b^{-2}c}{6a^{-2}b^{-3}c^{-6}} = \dots$

A.  $\frac{4c^5}{a^3b^5}$

B.  $\frac{4b}{a^3c^5}$

C.  $\frac{4b}{a^3c}$

D.  $\frac{4bc^7}{a^5}$

E.  $\frac{4c^7}{a^3b}$

e.  $\frac{2^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{8}{3^2}}$

5. Hitunglah!

a.  $8^{\frac{2}{3}}$

b.  $125^{\frac{2}{3}} - 81^{\frac{3}{4}}$

c.  $4^{\frac{1}{2}} + 27^{\frac{1}{3}}$

d.  $\frac{64^{\frac{2}{3}} \times 81^{\frac{1}{4}}}{27^{\frac{1}{3}}}$

e.  $\sqrt[3]{(125)^2}$

f.  $\sqrt{5 + \sqrt{14 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}}$

6. Sederhanakanlah :

a.  $(2m)^3$

b.  $y^4 \cdot y^{-9}$

c.  $(2x^{-3} \cdot y^2)^3$

d.  $\left(\frac{4}{x^3}\right)^{-2}$

e.  $\left(\frac{m^{-4}}{n^3}\right)^{-2}$

f.  $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{-3}}{a^{-1}b^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{2}{3}}$

g.  $\left(\frac{9x^{-2} \cdot y^{\frac{1}{3}}}{4x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{3}{4}}}\right)^{\frac{3}{2}}$

h.  $\frac{3^{(n+12)} \cdot 9^{(2n-7)}}{3^{5n}}$

7. Hitung dan sederhanakanlah :

a.  $\left(\frac{1}{32}\right)^{-0.4} + (25)^{-0.5}$

b.  $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}\right]^{-\frac{1}{2}}$

c.  $27^{\frac{2}{3}} + \frac{\sqrt[3]{4}}{4^{\frac{2}{3}}} - \frac{2}{8^{\frac{2}{3}}}$

8. Jika  $m = \frac{1}{64}$  dan  $n = 243$ . Hitunglah :

$$\frac{m^{\frac{1}{3}} - n^{\frac{2}{5}}}{m^{-\frac{2}{3}} - n^{\frac{2}{5}}}$$

9. Hitunglah dan sederhanakan

$$\left(\frac{2^{-1}xy^2}{4x^2y^{-1}}\right)^3 : \left(\frac{4x^2y^{-1}}{2^{-1}xy^2}\right)^2$$

10. Sederhanakanlah:

a.  $(3x + y^{-2})^{-3}$

b.  $4(x-2)^2(4x-1)^{-2} + 7(x-2)(4x-1)$

$$(2x-1)(x+6)^{\frac{1}{3}} + (x+6)^{\frac{2}{3}}$$

11. Sederhanakanlah!

a.  $\left[\frac{a^2b^3c^5}{ab}\right]^3 \cdot \left[\frac{a^2b^3}{b^2c^4}\right] : \left[\frac{a^2b^2}{c}\right]^2$

b.  $\left[\frac{a^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{2}}}\right]^{-1} \cdot \left[a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}}\right] : \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{3}}}$

c.  $\left(\frac{x^{-1} + y^{-1}}{x^{-1} - y^{-1}}\right)^{-1}$

d.  $\frac{3^{n+4} - 3 \cdot 3^{n+1}}{8 \cdot 3^{n+2}}$

12. Sederhanakanlah!

a.  $\frac{\left(1 + \left(\frac{x}{y}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \left(1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}}{\left(\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 1\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 1\right)^{-\frac{1}{2}}}$

b.  $\left[\frac{1}{1+p}\right]^5 \cdot \left[\frac{1}{1-p}\right]^{-7} \cdot \left[\frac{p-1}{1+p}\right]^{-6}$

13. Nyatakan dalam pangkat positif!

$$\frac{p \cdot q^{-1} - q \cdot p^{-1}}{p \cdot q^{-1} + 2 + qp^{-1}}$$

14. Hitunglah nilai x!

a.  $2^5 \times 8^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x}$

b.  $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$

c.  $5^x - 6(\sqrt{5})^x + 5 = 0$

15. Sederhanakanlah :

a.  $\sqrt[3]{\sqrt[5]{4x}}$

b.  $\sqrt[6]{81y^2}$

c.  $\sqrt{3x^2 - 2x + \frac{1}{3}}$

d. Buktikanlah!

$$\sqrt[4]{x^3 \sqrt{\sqrt{x-1}}} = \sqrt[24]{x^7 - x^6}$$

16. Hitunglah :

a.  $\sqrt{27}$

b.  $3\sqrt{75}$

c.  $2\sqrt{80} + \sqrt{45} - 2\sqrt{125}$

d.  $2\sqrt{3}(\sqrt{5} - 6\sqrt{7})$

e.  $(4\sqrt{3} - \sqrt{6})(3\sqrt{3} + 5\sqrt{6})$

f.  $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt{4x}$

17. Hitunglah :

a.  $\sqrt[3]{0,125} + \frac{1}{\sqrt[5]{243}} + \frac{1}{32} \sqrt[4]{16^3}$

b.  $\left(a^{-\frac{3}{4}}b^{-1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\sqrt[12]{\left(a^3b^{-\frac{12}{7}}c^{-3}\right)^{\frac{1}{2}} \left(a^6b^{\frac{24}{7}}c^{\frac{3}{2}}\right)}\right)^7$



**LOGARITAMA**

**A. Pengertian logaritma**

Logaritma merupakan invers (kebalikan) dari perpangkatan.

$${}^a \log b = c \Leftrightarrow a^c = b \log$$

Dengan :

a = bilangan pokok ;  $a > 0$  ;  $a \neq 1$

b = numerus ;  $b > 0$

c = hasil logaritma

**B. Sifat-sifat logaritma**

1.  ${}^s \log (a \times b) = {}^s \log a + {}^s \log b$

2.  ${}^s \log \left(\frac{a}{b}\right) = {}^s \log a - {}^s \log b$

3.  ${}^s \log a^n = n \times {}^s \log a$

4.  ${}^s \log a = \frac{{}^p \log a}{{}^p \log s}$

5.  ${}^s \log a = \frac{1}{{}^a \log s}$

6.  ${}^s \log a \times {}^a \log b = {}^s \log b$

7.  $g^n \log a^m = \frac{m}{n} {}^s \log a$

8.  $g^{{}^s \log a} = a$

**C. Persamaan Logaritma**

${}^a \log f(x) = {}^a \log g(x)$  maka  $f(x) = g(x)$   
dengan syarat  $f(x) > 0$  dan  $g(x) > 0$

**D. Contoh Soal**

1.  ${}^5 \log \sqrt{27} \cdot {}^9 \log 125 + {}^{16} \log 32 = \dots$

- A. 3
- B.  $\frac{9}{4}$
- C.  $\frac{61}{20}$
- D.  $\frac{41}{12}$
- E.  $\frac{7}{2}$

**Penyelesaian:**

$$\begin{aligned} & {}^5 \log \sqrt{27} \cdot {}^9 \log 125 + {}^{16} \log 32 \\ &= {}^5 \log 3^{\frac{3}{2}} \cdot {}^3 \log 5^3 + {}^{2^4} \log 2^5 \\ &= \frac{3}{2} \cdot {}^5 \log 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot {}^3 \log 5 + \frac{5}{4} \cdot {}^2 \log 2 \\ &= \frac{9}{4} \cdot {}^5 \log 3 \cdot {}^3 \log 5 + \frac{5}{4} \cdot 1 \\ &= \frac{9}{4} \cdot 1 + \frac{5}{4} \\ &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

**Jawaban: E**

2. Diketahui  ${}^2 \log 3 = 1,6$  dan  ${}^2 \log 5 = 2,3$ . Nilai dari

${}^2 \log \frac{125}{9}$  adalah ...

- A. 10,1
- B. 6,9
- C. 5,4
- D. 3,7
- E. 3,2

**Penyelesaian:**

$$\begin{aligned} & {}^2 \log \frac{125}{9} \\ &= {}^2 \log 125 - {}^2 \log 9 \\ &= {}^2 \log 5^3 - {}^2 \log 3^2 \\ &= 3 \cdot {}^2 \log 5 - 2 \cdot {}^2 \log 3 \\ &= 3(2,3) - 2(1,6) \\ &= 3,7 \end{aligned}$$

**Jawaban: D**

**Soal Latihan dan Tugas Mandiri**

1. Diketahui  ${}^8\log b = \frac{1}{3}$  dan  ${}^2\log d = 5$  maka hubungan antara  $b$  dan  $d$  adalah ...

- A.  $d = b^5$
- B.  $d^2 = b^5$
- C.  $b = d^5$
- D.  $b^2 = d^5$
- E.  $b^3 = d^2$

2. Jika  $\log 2 = 0,301$  dan  $\log 3 = 0,477$  maka  $\log \sqrt[3]{225} =$

- ...
- A. 0,714
  - B. 0,734
  - C. 0,756
  - D. 0,778
  - E. 0,784

3.  $\frac{5^{25 \log 9}}{8^{2 \log 3}} = \dots$

- A. 8
- B.  $\frac{1}{8}$
- C. 9
- D.  $\frac{1}{27}$
- E.  $\frac{1}{9}$

4. Jika  $\log 2 = p$  dan  $\log 3 = q$ , maka  $\log \left( \frac{9}{4} \right) = \dots$

- A.  $2(q - p)$
- B.  $2(p + q)$
- C.  $2pq$
- D.  $\frac{2p}{q}$
- E.  $\frac{2}{9}\sqrt{5}$

5. Jika  $a = \frac{1}{5}$  maka nilai dari  $(2^{2 \log 6}) (3^{9 \log 5}) (5^{a \log 2}) = \dots$

- A.  $3\sqrt{2}$
- B.  $2\sqrt{3}$
- C.  $5\sqrt{3}$

- D.  $3\sqrt{5}$
- E.  $2\sqrt{5}$

6. Jika diketahui  ${}^4\log 6 = m$ ,  ${}^9\log 8 = \dots$

- A.  $\frac{3}{m}$
- B.  $\frac{3}{4m}$
- C.  $\frac{3}{2m-1}$
- D.  $\frac{3}{4m-2}$
- E.  $\frac{3(2m-1)}{2}$

7. Jika  ${}^7\log 2 = a$  dan  ${}^2\log 3 = b$ , maka  ${}^6\log 98 = \dots$

- A.  $\frac{a}{a+b}$
- B.  $\frac{a+2}{a+1}$
- C.  $\frac{a+2}{a(b+1)}$
- D.  $\frac{a+1}{a+2}$
- E.  $\frac{a+2}{b(a+1)}$

8. Nilai dari  ${}^2\log 48 - {}^2\log 3$  adalah ...

- A. 6
- B. 4
- C. 12
- D.  $\frac{1}{2}$
- E.  $\frac{1}{4}$

9. Nilai dari  ${}^5\log 50 - {}^5\log 2$  adalah ...

- A. 5
- B. 4
- C. 2
- D.  $\frac{1}{2}$
- E.  $\frac{1}{5}$



10. Jika  ${}^8\log(64^x \times 4) = 3 - x$  maka nilai  $x = \dots$

- A. 9
- B. 7
- C.  $\frac{4}{9}$
- D.  $\frac{3}{9}$
- E.  $\frac{7}{9}$

11. Jika  ${}^2\log 3 = a$  dan  ${}^3\log 5 = b$  maka  ${}^6\log 15 = \dots$

- A.  $\frac{1+b}{a+1}$
- B.  $\frac{a+1}{(1+b)a}$
- C.  $\frac{1+b}{1-\frac{1}{a}}$
- D.  $\frac{1+b}{1-a}$
- E.  $\frac{(1+b)a}{a-1}$

12. Nilai dari  ${}^3\log 36 + {}^5\log 100 - {}^3\log 4 - {}^5\log 4$  adalah ...

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

13. Jika  ${}^a\log b = p$  maka  ${}^{b^3}\log a^2 = \dots$

- A.  $\frac{2}{3p}$
- B.  $\frac{3}{2p}$
- C.  $\frac{2p}{3}$
- D.  $\frac{3p}{2}$
- E.  $\frac{2}{3p^2}$

14. Jika  $2^x = 18$  maka  ${}^2\log 18 = \dots$

- A. 3
- B.  $2 + 2\log 3$
- C.  $2\log 3$
- D.  $3\log 2$
- E.  $1 + 2 \cdot 2\log 3$

15. Jika  ${}^5\log 3 = a$  dan  ${}^3\log 4 = b$  maka  ${}^4\log 15 = \dots$

- A.  $a + 1$
- B.  $ab$
- C.  $\frac{ab}{a+1}$
- D.  $\frac{a+1}{ab}$
- E.  $\frac{a-1}{ab}$

16. Nilai dari  ${}^3\log 27 + {}^3\log \sqrt{3}$  adalah ...

- A.  $2\frac{1}{3}$
- B.  $2\frac{1}{2}$
- C.  $3\frac{1}{2}$
- D.  $3\frac{1}{4}$
- E.  $\frac{3}{2}$

17. Jika  $\log 3 = 0,4771$  dan  $\log 2 = 0,3010$  maka nilai dari  $\log 75 = \dots$

- A. 1,8751
- B. 1,2552
- C. 1,0791
- D. 0,9209
- E. 0,7781

18. Diketahui  ${}^5\log 3 = a$  dan  ${}^3\log 4 = b$ , Nilai  ${}^4\log 15 = \dots$

- A.  $\frac{1+a}{ab}$
- B.  $\frac{1+a}{1+b}$
- C.  $\frac{1+b}{1-a}$
- D.  $\frac{ab}{1-a}$
- E.  $\frac{ab}{1-b}$

19. Diketahui  ${}^2\log 3 = x$  dan  ${}^2\log 10 = y$ . Nilai  ${}^6\log 120 = \dots$

- A.  $\frac{x+y+2}{x+1}$
- B.  $\frac{x+1}{x+y+2}$
- C.  $\frac{x}{xy+2}$
- D.  $\frac{xy+2}{x}$
- E.  $\frac{2xy}{x+1}$

20. Diketahui  ${}^3\log 6 = p$ ,  ${}^3\log 2 = q$ . Nilai  ${}^{24}\log 288 = \dots$

- A.  $\frac{2p+3q}{p+2q}$
- B.  $\frac{3p+2q}{p+2q}$
- C.  $\frac{p+2q}{2p+3q}$

D.  $\frac{p+2q}{3p+2q}$

E.  $\frac{q+2p}{2p+3q}$

**Latihan**

1. Hitunglah nilai logaritma dibawah ini

a.  ${}^3\log 243$

b.  ${}^3\log \frac{1}{81}$

2. Tentukan nilai x :

a.  $\log x = 3$

b.  ${}^2\log \sqrt[3]{x} = 6$

c.  ${}^{(x+1)}\log 32 = 5$

d.  ${}^{2x-\frac{1}{2}}\log 400 = 2$

e.  ${}^{3-2x}\log 216 = 3$

f.  ${}^3\log \frac{1}{x^2} = 7$

g.  $\frac{x}{3}\log 6561 = 4$

h.  ${}^{2\sqrt{x}}\log 900 = 2$

i.  $\left(1-\frac{1}{x}\right)\log 4096 = 6$

3. Hitunglah :

a.  ${}^{0,25}\log 0,125$

b.  $\sqrt{10}\log(0,01)$

c.  ${}^8\log 16$

4. Sederhanakanlah dan hitunglah !

a.  ${}^6\log 4 + {}^6\log 9$

b.  ${}^2\log 144 - {}^2\log 48$

c.  $\log 2 + \log 18 - \log 6 + \log 5 - \log 3$

d.  ${}^5\log 150 - {}^5\log 24 + {}^5\log 4$

e.  $\log 30 - \frac{1}{48}\log 10 + \frac{1}{16}\log 10$

f.  $\frac{{}^2\log \sqrt{5} + 2 \cdot {}^4\log 5}{{}^2\log 3 \cdot {}^3\log 5}$

5. Hitunglah :

a.  $2\log 5 + 3\log 6 - \log 54$

b.  $\frac{1}{2} \cdot {}^3\log 18 + {}^3\log \sqrt{8} - 2 \cdot {}^3\log 2$

6. Hitunglah :

$\sqrt{2}\log 20 - \frac{{}^5\log 75}{{}^5\log 2} + \frac{1}{{}^6\log 2}$

7. Hitunglah :

${}^{0,5}\log 25 \cdot {}^9\log 8 \cdot \frac{1}{5}\log 27$

8. Hitunglah :

a.  $5^{5\log 2}$

b.  $8^{2\log 3}$

c.  $4^{8\log 5}$

d.  $4 \cdot \sqrt{2}^{0,25\log 81}$

e.  $9^{\frac{\log^2 20 - \log^2 5}{\log 3}}$

9. Tentukan nilai x :

$25^{5\log(3x-2)} = 16$

10.  ${}^3\log 5 = a, {}^5\log 9 = \dots\dots\dots$

11.  ${}^7\log 9 = n, {}^{343}\log 81 = \dots\dots\dots$

12.  ${}^4\log 6 = m + 1, {}^9\log 8 = \dots\dots\dots$

13.  $\log 2 = 0,3010, \log 3 = 0,4771.$

Hitunglah  $\log \sqrt[3]{2} + \log \sqrt{3}!$

14. Jika  ${}^2\log 3 = p$  dan  ${}^3\log 5 = q$ , hitunglah :

${}^8\log 30 = \dots\dots\dots$

15.  ${}^a\log 3 = {}^b\log 27, {}^a\log b = \dots\dots\dots$

16.  ${}^4\log 5 = p, {}^4\log 28 = q, {}^4\log 70 = \dots\dots\dots$

${}^2\log \sqrt{x^2 - 16} = 2, {}^x\log 2 = \dots\dots\dots$

17.  ${}^{3x+2}\log 27 = {}^5\log 3, x = \dots\dots\dots$

## 2 – Persamaan Linear

### A. SISTEM PERSAMAAN LINEAR DENGAN DUA VARIABEL (SPLDV)

Bentuk Umum:  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ , dengan  $a_1, b_1, c_1, a_2$

,  $b_2$  dan  $c_2$  merupakan bilangan real.

Jika  $c_1 = c_2 = 0$  maka SPLDV itu dikatakan **homogen**, sedangkan jika  $c_1 \neq 0$  atau  $c_2 \neq 0$  maka SPLDV itu dikatakan **tak homogen**

#### PENGERTIAN PENYELESAIAN SPLDV

Nilai  $(x_0, y_0)$  yang memenuhi SPLDV:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

disebut **Himpunan Penyelesaian**

#### Cara menentukan SPLDV:

##### a. Metode grafik

##### b. Metode Substitusi

###### Langkah 1.

Pilihlah salah satu persamaan (jika ada pilih yang sederhana), kemudian nyatakan  $x$  sebagai fungsi  $y$  atau  $y$  sebagai fungsi  $x$

###### Langkah 2.

Substitusikan  $x$  dan  $y$  pada langkah 1 ke persamaan yang lain.

##### c. Metode Eliminasi

Nilai  $x$  dicari dengan cara mengeliminasi peubah  $y$  sedangkan nilai  $y$  dicari dengan cara mengeliminasi peubah  $x$

### B. SISTEM PERSAMAAN LINEAR DENGAN TIGA VARIABEL(SPLTV)

Bentuk umum:  $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$

dengan  $a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2, a_3, b_3, c_3$  dan  $d_3$  merupakan bilangan-bilangan real.

#### PENGERTIAN PENYELESAIAN SPLTV.

Nilai  $(x_0, y_0, z_0)$  yang memenuhi SPLTV diatas dinamakan **himpunan penyelesain**.

Cara menentukan SPLTV.

##### a. Metode Substitusi.

###### Langkah 1.

Pilihlah salah satu persamaan yang sederhana, kemudian nyatakan  $x$  sebagai fungsi  $y$  dan  $z$ , atau sebagai fungsi  $x$  dan  $z$ , atau  $z$  sebagai fungsi  $x$  dan  $y$ .

###### Langkah 2.

Substitusikan  $x$  dan  $y$  yang diperoleh pada langkah 1 ke dalam duapersamaan yang lainnya sehingga didapat SPLDV.

###### Langkah 3.

Selesaikan SPLDV yang diperoleh pada langkah 2

##### b. Metode Eliminasi.

###### Langkah 1.

Eliminasi salah satu peubah  $x$  atau  $y$  sehingga diperoleh SPLDV

###### Langkah 2

Selesaikan SPLDV yang didapat pada langkah 1

###### Langkah 3

Substitusikan nilai-nilai peubah yang diperoleh pada langkah 2 kedalam salah satu persamaan semula untuk mendapatkan nilai peubah yang lainnya.

### C. Contoh Soal

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

- Di sebuah toko, Dani ingin membeli 3 buku dan 2 pensil, ia membayar Rp 5.200,00. Sedangkan Dandi membeli 2 buku dan 3 pensil dengan membayar Rp 4.800,00. Harga 1 buku adalah . . .
  - Rp 1.200,00
  - Rp 1.100,00



$$\begin{cases} 5^{x-2y} = \frac{1}{125} \dots\dots (1) \\ x - y = -2 \dots\dots (2) \end{cases}$$

maka nilai  $x = \dots$

- A. 2
- B. 1
- C. -1
- D. -2
- E. -3

**Penyelesaian:**

Dari persamaan 1 diperoleh  $5^{x-2y} = 5^{-3} \Rightarrow x - 2y = -3 \dots (3)$ . Persamaan (3) dieliminasi dengan persamaan (2) sehingga diperoleh  $y = 1$ . Jadi,  $x = -1$ .

**Jawaban: C**

**Soal Latihan dan Tugas Mandiri**

1. Himpunan penyelesaian sistem persamaan:

$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{3}{y} = 21 \\ \frac{7}{x} - \frac{4}{y} = 2 \end{cases}$$

adalah  $\{(x_0, y_0)\}$ . Nilai  $6x_0 \cdot y_0 = \dots$

- A.  $\frac{1}{6}$
- B.  $\frac{1}{5}$
- C. 1
- D. 6
- E. 36

2. Tujuh tahun yang lalu umur ayah sama dengan 6 kali umur Budi. Empat tahun yang akan datang 2 kali umur ayah sama dengan 5 kali umur Budi ditambah 9 tahun. Umur ayah sekarang adalah ....

- A. 39 tahun
- B. 43 tahun
- C. 49 tahun
- D. 54 tahun
- E. 78 tahun

3. Dua buah bilangan  $a$  dan  $b$  mempunyai perbandingan  $2 : 3$ . Jika jumlah 2 kali bilangan  $a$  ditambah 1,5 kali bilangan  $b$  sama dengan 68, maka bilangan tersebut berturut-turut adalah ....

- A. 4 dan 12
- B. 6 dan 9
- C. 16 dan 24
- D. 12 dan 4

E. 24 dan 16

4. Diketahui sistem persamaan linear

$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ x + 2y - z = 12 \\ x + 3y + 3z = 24 \end{cases}$$

Himpunan penyelesaian sistem persamaan linear di atas adalah  $\{(x, y, z)\}$  dengan  $x : y : z = \dots$

- F. 1 : 1 : 2
- G. 1 : 2 : 3
- H. 3 : 2 : 1
- I. 3 : 1 : 9
- J. 6 : 1 : 6

5. Himpunan penyelesaian persamaan dari sistem persamaan:

$$\begin{cases} 3p - 2q + r = -11 \\ 2p + q - 2r = 23 \\ -p + 3q + r = 6 \end{cases}$$

adalah  $\{(p, q, r)\}$ . Nilai  $pqr$  adalah ...

- A. -70
- B. -21
- C. 14
- D. 49
- E. 52

6. Rita, Nita, dan Mira pergi bersama-sama ke toko buah. Rita membeli 2 kg apel, 2 kg anggur, dan 1 kg jeruk dengan harga Rp 67.000,00. Nita membeli 3 kg apel, 1 kg anggur dan 1 kg jeruk dengan harga Rp 61.000,00. Mira membeli 1 kg apel, 3 kg anggur dan 2

kg jeruk dengan harga Rp 80.000,00. Harga 1 kg apel, 1 kg anggur dan 4 kg jeruk seluruhnya adalah ...

- A. Rp 37.000,00
- B. Rp 44.000,00
- C. Rp 51.000,00
- D. Rp 55.000,00
- E. Rp 58.000,00

7. Dalam sebuah pesawat terdapat 48 penumpang yang terdiri dari penumpang kelas utama dan penumpang kelas ekonomi. Jika diketahui semua penumpang kelas utama membawa 60 kg, semua penumpang kelas ekonomi membawa bagasi 20 kg dan pesawat membawa bagasi 1.440 kg, maka jumlah penumpang kelas utama dalam pesawat adalah ...

- A. 14 orang
- B. 13 orang
- C. 12 orang
- D. 11 orang
- E. 10 orang

8. Himpunan penyelesaian  $\begin{cases} 4x + y = 5 \\ y - 2z = -7 \\ x + z = 5 \end{cases}$  adalah  $\{(x, y, z)\}$ . Nilai  $y + z$  adalah ...

- A. 5
- B. 3
- C. 2
- D. -4
- E. -5

9. Himpunan penyelesain sistem persamaan:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} - z = 7 \\ \frac{x}{4} - \frac{3y}{2} + \frac{z}{2} = -6 \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{4} - \frac{z}{3} = 1 \end{cases}$$

adalah  $\{(x, y, z)\}$ . Nilai  $x - y - z = \dots$

- A. 7
- B. 5
- C. -1
- D. -7
- E. -13

10. Himpunan penyelesaian sistem persamaan:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 4 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} + \frac{1}{z} = 0 \\ \frac{1}{z} - \frac{1}{y} = -2 \end{cases}$$

adalah ...

- A.  $\{(2, 1, -1)\}$
- B.  $\{(-2, 1, 1)\}$
- C.  $\left\{\left(\frac{1}{2}, 1, -1\right)\right\}$
- D.  $\left\{\left(-\frac{1}{2}, -1, 1\right)\right\}$
- E.  $\left\{\left(\frac{1}{2}, 1, 1\right)\right\}$

11. Harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 1 kg anggur adalah Rp 70.000,00, dan harga 1 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 2 kg anggur adalah Rp 90.000,00. Jika harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk dan 3 kg anggur Rp 130.000,00, maka harga 1 kg jeruk adalah ...

- A. Rp 5.000,00
- B. Rp 7.500,00
- C. Rp 10.000,00
- D. Rp 12.000,00
- E. Rp 15.000,00

12. Pada toko buku "Gudang Buku", Andi membeli 4 buku, 2 pulpen dan 3 pensil dengan harga Rp 26.000,00. Budi membeli 3 buku, 3 pulpen dan 1 pensil dengan harga Rp 21.500,00. Mirna membeli 3 buku dan 1 pensil dengan harga Rp 12.500,00. Jika Nina membeli 2 pulpen dan 2 pensil, maka ia harus membayar ...

- A. Rp 5.000,00
- B. Rp 6.500,00
- C. Rp 10.000,00
- D. Rp 11.000,00
- E. Rp 13.000,00

13. Jumlah tiga buah bilangan asli adalah 11, bilangan ketiga sama dengan dua kali bilangan pertama ditambah bilangan kedua dikurangi tiga. Bilangan kedua ditambah dua sama dengan jumlah bilangan pertama dan ketiga dikurangi satu. Jika bilangan tersebut adalah a, b, dan c, maka nilai  $a + b - c$  adalah ...

- A. -1
- B. 1
- C. 7

- D. 11
- E. 17

14. Pada acara amal terjual 320 karcis yang terdiri dari karcis untuk umum dan karcis untuk anak sekolah. Harga karcis untuk umu Rp 5.000,00 dan untuk anak sekolah Rp 3.000,00. Bendahara menerima uang sebanyak Rp 1.300.000,00. Banyak karcis yang terjual untuk anak sekolah adalah ....
- A. 235 karcis
  - B. 220 karcis
  - C. 150 karcis
  - D. 175 karcis
  - E. 170 karcis

15. Himpunan penyelesaian sistem persamaan:

$$\begin{cases} \frac{x+2y+4}{3} + \frac{2x-y+5}{2} = 7 \\ \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = \frac{30}{xy} \end{cases}$$

adalah ...

- A.  $\{(3, 2)\}$
  - B.  $\{(2, 3)\}$
  - C.  $\{(2, 2)\}$
  - D.  $\{(4, 3)\}$
  - E.  $\{(2, 9)\}$
16. Nilai  $x + y$  yang memenuhi persamaan  $\frac{2x+3y+4}{3x-y-10} = 3$  dan  $\frac{x-y+7}{-2x+y+5} = -3$  adalah ...
- A. -3
  - B. -1
  - C. 1
  - D. 3
  - E. 5
17. Nilai  $x$  dan  $y$  berturut-turut yang memenuhi sistem persamaan:

$$\begin{cases} 4^{x-2y+1} = 8^{2x-y} \\ 3^{x-y+1} = 9^{2x-y-4} \end{cases}$$

- adalah ...
- A. 1 dan 2
  - B. 1 dan -2
  - C. 2 dan -1
  - D. 2 dan -2
  - E. Tidak ada

18. Jika  $x$  dan  $y$  memenuhi sistem persamaan:

$$\begin{cases} 2^{x+1} - 3^y = 7 \\ -2^{x-1} + 3^{y+1} = 1 \end{cases}$$

maka nilai  $x + y$  adalah ...

- A. 0
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

19. Diberikan sistem persamaan berikut:

$$\begin{cases} 2^{5x+y} = (0,25)^{x-2y+\frac{3}{2}} \\ \log(x-y) = \frac{1}{{}^3\log 5 + {}^3\log 2} \end{cases}$$

Nilai  $x$  dan  $y$  yang memenuhi persamaan tersebut mempunyai hubungan ...

- A.  $x = y$
  - B.  $x = 2y$
  - C.  $y = 2x$
  - D.  $y = -2x$
  - E.  $x = -2y$
20. Jumlah dua bilangan adalah 62. Jika bilangan yang besar dibagi dengan yang kecil hasil baginya adalah 2 dan sisanya 11. Selisih kedua bilangan tersebut adalah ...
- A. 17
  - B. 28
  - C. 30
  - D. 45
  - E. 51

# 3 – Sistem Pertidaksamaan Linear

## A. PERTIDAKSAMAAN LINEAR

Langkah umum untuk menyelesaikan pertidaksamaan linear adalah dengan memisahkan variabel  $x$  ke ruas kiri.

## B. PERTIDAKSAMAAN KUADRAT

Langkah-langkah umum untuk menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat adalah:

1. Ruas kanan dijadikan nol.
2. Faktorkan ruas kiri.
3. Membuat garis bilangan untuk mencari penyelesaiannya.

## C. PERTIDAKSAMAAN PECAHAN

Langkah-langkah umum untuk menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat adalah:

1. Ruas kanan dijadikan nol.
2. Samakan penyebutnya jika belum sama.
3. Membuat garis bilangan untuk mencari penyelesaiannya.

## D. PERTIDAKSAMAN NILAI MUTLAK

Nilai mutlak suatu bilangan real  $x$ , dinyatakan sebagai:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ -x, & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Misalnya,  $|8| = 9, |0| = 0,$  dan  $|-5| = -(-5) = 5.$  Perhatikan bahwa nilai mutlak suatu bilangan real selalu positif.

Sifat-sifat nilai mutlak:

1. Himpunan penyelesaian  $2x-1 < x+1 < 3-x$  adalah . . .
  - A.  $\{x | x < 1\}$
  - B.  $\{x | x < 2\}$
  - C.  $\{x | 1 < x < 2\}$
  - D.  $\{x | x > 2\}$
  - E.  $\{x | x > 1\}$

1.  $|ab| = |a| |b|$
2.  $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$
3.  $|a + b| \leq |a| + |b|$
4.  $|a - b| \leq |a| - |b|$

Perhatikan bahwa:

1.  $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
2.  $|x| > a \Leftrightarrow x < -a$  atau  $x > a$
3.  $|x| = \sqrt{x^2}$

Langkah-langkah umum untuk menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat adalah:

1. Gunakan sifat-sifat nilai mutlak.
2. Kuadratkan kedua ruas, karena  $|x| = \sqrt{x^2}$ .
3. Pastikan ruas kanan = 0.
4. Faktorkan ruas kiri menjadi faktor-faktor linear.
5. Buat garis bilangan untuk menentukan penyelesaiannya.

## E. PERTIDAKSAMAN BENTUK AKAR

Bentuk akar  $\sqrt{x}$ , memiliki syarat bahwa  $x \geq 0$ .

Langkah-langkah umum untuk menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat adalah:

1. Kuadratkan kedua ruas.
2. Pastikan ruas kanan = 0.
3. Faktorkan ruas kiri menjadi faktor-faktor linear.
4. Buat garis bilangan untuk menentukan penyelesaiannya.
5. Iriskan dengan syarat bahwa  $\sqrt{x}$ , memenuhi untuk  $x \geq 0$ .

### Soal Latihan dan Tugas Mandiri

2. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan  $2x^2 - x - 3 > 0$  untuk  $x \in R$  adalah . . .
  - A.  $\{x | x > \frac{1}{2}$  atau  $x < -1\}$
  - B.  $\{x | x < 1$  atau  $x < -1\frac{1}{2}\}$



- C.  $\{x|x > -1 \text{ atau } x > -1\frac{1}{2}\}$   
 D.  $\{x|-1\frac{1}{2} < x < 1\}$   
 E.  $\{x|-1 < x < 1\frac{1}{2}\}$
3. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan  $x^2 - x - 12 \geq 0$  adalah ...  
 A.  $\{x|-3 \leq x \leq 4\}$   
 B.  $\{x|-4 \leq x \leq 3\}$   
 C.  $\{x|x \leq -4 \text{ atau } x \geq 3\}$   
 D.  $\{x|x \leq -3 \text{ atau } x \geq 4\}$   
 E.  $\{x|x \leq -4 \text{ atau } x \geq -3\}$
4. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan  $-2x^2 - 5x + 3 \leq 0$  untuk  $x \in R$  adalah ...  
 A.  $\{x|x < -3 \text{ atau } x \geq \frac{1}{2}\}$   
 B.  $\{x|x < -\frac{1}{2} \text{ atau } x \geq 3\}$   
 C.  $\{x|-3 \leq x \leq \frac{1}{2}\}$   
 D.  $\{x|\frac{1}{2} \leq x \leq 3\}$   
 E.  $\{x|x \leq -3 \text{ atau } x \geq -\frac{1}{2}\}$
5. Nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $3x^2 + 2x - 1 < 0$  dan  $2x^2 + x - 3 < 0$  adalah ...  
 A.  $-1 < x < \frac{1}{3}$   
 B.  $-\frac{3}{2} < x < -1$   
 C.  $\frac{1}{3} < x < 1$   
 D.  $-1 < x < 1$   
 E.  $-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{3}$
6. Pertidaksamaan  $(x-2)^2(x-5) > 0$  dipenuhi oleh ...  
 A.  $x < 2$   
 B.  $1 < x < 2$   
 C.  $2 < x < 5$   
 D.  $x > 5$   
 E.  $x < 2$  dan  $x > 5$
7. Himpunan semua nilai  $x$  yang memenuhi  $2+x-x^2 \geq 0$  dan  $3x-x^2 \leq 0$  adalah ...  
 A.  $x \leq -1$  atau  $x \geq 3$   
 B.  $x \leq 2$  atau  $x \geq 3$   
 C.  $0 \leq x \leq 2$   
 D.  $-1 \leq x \leq 0$   
 E.  $-1 \leq x < 2$
8. Pertidaksamaan  $\frac{2x+7}{x-1} \leq 1$  dipenuhi oleh ...  
 A.  $0 \leq x \leq 1$   
 B.  $1 < x \leq 7$   
 C.  $x < 1$  atau  $x \geq -4$   
 D.  $-4 < x \leq 1$   
 E.  $-8 \leq x < 1$
9. Bilangan real  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $\frac{4x-5}{x} < x-2$  adalah ...  
 A.  $x < 0$  atau  $1 < x < 5$   
 B.  $x < -5$  atau  $-2 < x < 0$   
 C.  $-5 < x < -2$  atau  $x > 0$   
 D.  $0 < x < 1$  atau  $x > 5$   
 E.  $x < 0$  atau  $5 < x < 6$
10. Penyelesaian pertidaksamaan  $\frac{x^2-5x-4}{x+3} > 1$  adalah ...  
 A.  $-3 < x < -1$  atau  $-1 < x < 7$   
 B.  $-3 < x < -1$  atau  $x > 7$   
 C.  $x < 3$  atau  $x > 7$   
 D.  $x < -1$  atau  $x > 7$   
 E.  $-1 < x < 7$
11. Penyelesaian pertidaksamaan  $\frac{2x^2-x-3}{x^2-x-6} < 0$  adalah ...  
 A.  $x < 1$  atau  $x > 1\frac{1}{2}$   
 B.  $-1 < x < 1\frac{1}{2}$  atau  $-2 < x < -1\frac{1}{2}$   
 C.  $-1 < x < 1\frac{1}{2}$  atau  $2 < x < 3$   
 D.  $-2 < x < -1$  atau  $1\frac{1}{2} < x < 3$   
 E.  $-3 < x < -\frac{1}{2}$  atau  $2 < x < 2\frac{1}{2}$
12. Nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $\sqrt{2x+4} < 4$  adalah ...  
 A.  $x > -2$   
 B.  $x \geq 2$   
 C.  $-2 \leq x < 6$   
 D.  $-2 < x \leq 6$   
 E.  $-2 < x < 2$

13. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan  $x > \sqrt{x+6}, x \in R$  adalah ...
- $\{x | -2 < x \leq 3\}$
  - $\{x | x < -3 \text{ atau } x > 2\}$
  - $\{x | -6 < x \leq -2\} \text{ atau } x > 3\}$
  - $\{x | x < -2 \text{ atau } x > 3\}$
  - $\{x | x > 3\}$
14. Nilai  $x$  yang memenuhi  $\sqrt{x+2} > \sqrt{4-3x}$  adalah ...
- $-2 < x < \frac{4}{3}$
  - $\frac{1}{2} \leq x < \frac{4}{3}$
  - $x > \frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{2} < x \leq \frac{4}{3}$
  - $x < \frac{1}{2}$
15. Nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $\sqrt{x+10} - \sqrt{x+2} < 2$  adalah ...
- $x > -1$
  - $x < 1$
  - $x > -2$
  - $x < 2$
  - $-1 < x < 1$
16. Penyelesaian dari  $|x^2 - 5| < 1$  adalah ...
- $x < -6$  atau  $x > \sqrt{6}$
  - $-6 < x < 6$
  - $1 < x < \sqrt{5}$  atau  $-\sqrt{5} < x < 5$
  - $-\sqrt{5} < x < 5$
  - $-\sqrt{6} < x < -2$  atau  $2 < x < \sqrt{6}$
17. Jika  $|2x-3| < 1$  dan  $2x < 3$ , maka
- $1 < x < 2$
  - $x < 1\frac{1}{2}$
  - $x > 1\frac{1}{2}$
  - $1\frac{1}{2} < x < 2$
  - $1 < x < 1\frac{1}{2}$
18. Penyelesaian dari  $|2x-3| < 7$  dan  $|x-1| > 2$  adalah .
- $x < -1$  atau  $x > 1$
  - $-2 < x < 5$  atau  $x > 1$
  - $-2 < x < 5$  atau  $x > 5$
  - $-2 < x < -1$  atau  $1 < x < 5$
  - $-2 < x < -1$  atau  $3 < x < 5$
19. Nilai-nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $|x-2|^2 < 4|x-2|+12$  adalah ...
- $x > 8$  atau  $x < -4$
  - $-4 < x < 8$
  - $-8 < x < 4$
  - $x < -8$  atau  $x > 0$
  - $x > 4$
20. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan  $|x^2 + 5x| \leq 6$  adalah ...
- $\{x | -6 \leq x \leq 1\}$
  - $\{x | -3 \leq x \leq -2\}$
  - $\{x | -6 \leq x \leq -3 \text{ atau } -2 \leq x \leq 1\}$
  - $\{x | -6 \leq x \leq -5 \text{ atau } 0 \leq x \leq 1\}$
  - $\{x | -5 \leq x \leq -3 \text{ atau } -2 \leq x \leq 0\}$
21. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan dari pertidaksamaan  $4 - x^2 \leq 0$  ...
- $\{x | 2 \leq x \leq -2\}$
  - $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$
  - $\{x | x \leq -2 \text{ atau } x \geq 2\}$
  - $\{x | x \leq 2 \text{ atau } x \geq -2\}$
  - $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$
22. Himpunan penyelesaian  $6x - x^2 > 8$  adalah ...
- $\{x | x < -4 \text{ atau } x > -2\}$
  - $\{x | x < 2 \text{ atau } x > 4\}$
  - $\{x | x < -4 \text{ atau } x > 2\}$
  - $\{x | x - 4 < x < 2\}$
  - $\{x | 2 < x < 4\}$
23. Penyelesaian pertidaksamaan dari  $x^2 + 4x - 45 \geq 0$  adalah ...
- $x \leq -9$  atau  $x \geq 5$
  - $x \leq -5$  atau  $x \geq 9$
  - $x \leq 5$  atau  $x \geq 9$
  - $-9 \leq x \leq 5$
  - $-5 \leq x \leq 9$

24. Garis bilangan dari penyelesaian dari pertidaksamaan  $x^2 - 2x - 24 \geq 0$  adalah ...

- a.  $\{x | x - 4 < x < 6\}$
- b.  $\{x | x - 4 \leq x \leq 6\}$
- c.  $\{x | x \leq -6 \text{ atau } x \geq 4\}$
- d.  $\{x | x \leq 4 \text{ atau } x \geq -6\}$
- e.  $\{x | x \leq 8 \text{ atau } x \geq -3\}$

25. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan dari pertidaksamaan  $x^2 - 5x - 6 > 0$  adalah ...

- A.  $\{x | -6 < x < 1\}$
- B.  $\{x | -3 < x < 2\}$
- C.  $\{x | x < -6 \text{ atau } x > 6\}$
- D.  $\{x | x < -1 \text{ atau } x > 6\}$
- E.  $\{x | x < 2 \text{ atau } x > 3\}$

26. Nilai x yang memenuhi  $x^2 - 3x - 2 < 10 - 2x$  adalah ..

- A.  $x < 4$
- B.  $x > -3$
- C.  $-3 < x < 4$
- D.  $-4 < x < 3$
- E.  $x \leq -4 \text{ atau } -3 \leq x < 1$

27. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan untuk  $x^2 \leq 2x + 3$  adalah ...

- A.  $\{x | x < -2 \text{ atau } x > 3\}$
- B.  $\{x | x \leq -2 \text{ atau } x \geq 3\}$
- C.  $\{x | -2 < x < 3\}$

D.  $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$

E.  $\{x | -3 \leq x \leq 2\}$

28. Grafik yang diperlihatkan pada gambar berikut :



adalah ...

A.  $x^2 - 4x - 5 \leq 0$

B.  $x^2 + x - 5 \geq 0$

C.  $x^2 + x - 5 > 0$

D.  $x^2 - 4x + 5 < 0$

E.  $x^2 + x - 5 < 0$

29. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan dari pertidaksamaan  $x^2 - 8x + 15 \leq 0$  atau  $x \in R$  adalah ...

A.  $\{x | -5 \leq x \leq -3\}$

B.  $\{x | x \leq -3 \text{ atau } x \geq 5\}$

C.  $\{x | 3 \leq x \leq 5\}$

D.  $\{x | x \leq -5 \text{ atau } x \geq -3\}$

E.  $\{x | x \leq -5 \text{ atau } x \geq 3\}$

30. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan  $x^2 - 10x + 21 < 0$  adalah ...

A.  $\{x | x < 3 \text{ atau } x > 7, x \in R\}$

B.  $\{x | x < -7 \text{ atau } x > 3, x \in R\}$

C.  $\{x | -7 < x < 3, x \in R\}$

D.  $\{x | -3 < x < 7, x \in R\}$

E.  $\{x | 3 < x < 7, x \in R\}$

# 4 – Matriks

A.

## B. ISTILAH-ISTILAH DALAM MATRIKS

1. Matriks  $A$  berordo  $2 \times 3$  ditulis  $A_{2 \times 3}$  yang berarti banyaknya baris dari matriks  $A = 2$  dan banyaknya kolom matriks  $A = 3$ .

2. Transpos dari matriks  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$  ditulis

$$A' = \begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix}$$

Pada prinsipnya matriks transpos merupakan matriks baru yang diperoleh dengan menukar elemen baris menjadi elemen kolom dan elemen kolom menjadi elemen baris.

3. Matriks  $A$  dan matriks  $B (A = B)$  dikatakan sama jika dan hanya jika:  
 a. ordo matriks  $A$  sama dengan ordo matriks  $B$   
 b. elemen-elemen yang seletak mempunyai nilai yang sama

## C. PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN MATRIKS

Sifat-sifat penjumlahan matriks:

- Komutatif :  $A + B = B + A$
- Assosiatif :  $(A + B) + C = A + (B + C)$
- Terdapat matriks identitas yaitu matriks  $O$  yang bersifat:  $A + O = O + A = A$
- Untuk setiap matriks  $A$ , memiliki invers terhadap penjumlahan, yaitu  $-A$  dan bersifat  $A + (-A) = O$

Pengurangan matriks:  $A - B = A + (-B)$ .

## D. PERKALIAN DAN PEMANGKATAN MATRIKS

1. Dua buah matriks dapat dikalikan jika banyaknya kolom pada matriks pertama sama dengan banyaknya baris pada matriks yang kedua.

Sifat-sifat perkalian matriks:

- Tidak komutatif :  $AB \neq BA$
- Assosiatif :  $(AB)C = A(BC)$
- Distributif :  $A(B + C) = AB + AC$
- Terdapat matriks Identitas yang bersifat:  $AI = IA = A$
- Jika  $A'$  transpos dari matriks  $A$  dan  $B'$  transpos dari matriks  $B$ , maka berlaku:  $(AB)' = B'A'$

2. Pemangkatan Matriks:  $A^2 = AA$

## E. DETERMINAN, INVERS DAN PERSAMAAN MATRIKS

1. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ . Determinan matriks  $A$  ditulis  $\det A$  dan ditentukan dengan:

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

2. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ . Invers matriks  $A$  ditulis  $A^{-1}$  dan ditentukan dengan:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & b \\ c & a \end{pmatrix}$$

dengan syarat  $\det A = ad - bc \neq 0$ .

3. Sifat Invers Matriks:

- $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- $(BA)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$
- $(A')^{-1} = (A^{-1})'$

4. Penyelesaian persamaan matriks:

A. Penyelesaian persamaan matriks  $AX = B$  ditentukan dengan

$$X = A^{-1}B$$

B. Penyelesaian persamaan matriks  $XA = B$  ditentukan dengan:

$$X = BA^{-1}$$

**Soal Latihan dan Tugas Mandiri**

1.  $A, B$  dan  $X$  adalah matriks bujur sangkar ordo dua

dengan  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,

dan  $AX = B$ . Matriks  $X = \dots$

A.  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

B.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

D.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

E.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$

2. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ , dan  $B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

Matriks  $X$  yang memenuhi kesamaan  $AX = B'$  adalah...

A.  $\begin{pmatrix} 18 & 12 \\ -16 & -10 \end{pmatrix}$

B.  $\begin{pmatrix} 18 & -12 \\ 16 & -10 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} 9 & 6 \\ -8 & -5 \end{pmatrix}$

D.  $\begin{pmatrix} -9 & 6 \\ -8 & -5 \end{pmatrix}$

E.  $\begin{pmatrix} -9 & -6 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$

3. Jika  $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , maka  $A' + A^{-1} = \dots$

A.  $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$

B.  $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$

D.  $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$

E.  $\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

4. Nilai  $a$  dan  $b$  yang memenuhi  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

adalah...

A.  $a = 1$  dan  $b = 2$

B.  $a = 1$  dan  $b = 1$

C.  $a = \frac{1}{3}$  dan  $b = \frac{2}{3}$

D.  $a = -\frac{1}{3}$  dan  $b = \frac{2}{3}$

E.  $a = -\frac{1}{3}$  dan  $b = -\frac{2}{3}$

5. Jika  $\begin{pmatrix} a & -1 \\ b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & c \\ d & 3 \end{pmatrix}$  maka  $cd = \dots$

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

E. -2

6. Jika  $A = \begin{pmatrix} 7 & k \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $A^{-1}$  merupakan matriks invers  $A$ .  $A$

dan  $A^{-1}$  mempunyai determinan yang sama dan positif, maka  $k$  sama dengan...

A.  $\frac{35}{3}$

B. -12

C.  $\frac{34}{3}$

D.  $-\frac{34}{3}$

E. 12

7. Jika  $A$ ,  $B$ , dan  $C$  matriks  $2 \times 2$  yang memenuhi  $AB = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  dan  $CB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  maka  $CA^{-1}$  adalah ...

- A.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
- B.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- C.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- D.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- E.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

8. Nilai  $x$  yang memenuhi  $\begin{vmatrix} x & x \\ 2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$  adalah ...

- A. 0
- B. -2
- C. 4
- D. -2 atau 4
- E. -4 atau 2

9. Diketahui  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$

dan  $A^2 = xA + yB$ . Nilai  $xy = \dots$

- A. -4
- B. -1
- C.  $-\frac{1}{2}$
- D.  $1\frac{1}{2}$
- E. 2

10. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 4 & -9 \\ 3 & -4p \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5p & -5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,

dan  $C = \begin{pmatrix} -10 & 8 \\ -4 & 6p \end{pmatrix}$ . Jika matriks  $A - B = C^{-1}$ , nilai

$2p = \dots$

- A. -1
- B.  $-\frac{1}{2}$
- C.  $\frac{1}{2}$
- D. 1
- E. 2

11. Diketahui matriks  $S = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  dan  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ .

Jika fungsi  $f(S, M) = S^2 - M^2$ , maka matriks  $f(S + M, S - M)$  adalah ...

- A.  $\begin{pmatrix} 4 & 20 \\ 4 & -40 \end{pmatrix}$
- B.  $\begin{pmatrix} 4 & 20 \\ 4 & -30 \end{pmatrix}$
- C.  $\begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 4 & -38 \end{pmatrix}$
- D.  $\begin{pmatrix} 4 & 20 \\ -4 & -40 \end{pmatrix}$
- E.  $\begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -4 & -36 \end{pmatrix}$

12. Jika  $x$  dan  $y$  memenuhi persamaan matriks

$$\begin{pmatrix} p & q \\ q & p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}, p \neq q, \text{ maka } x + 2y = \dots$$

- A. -6
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

13. Matriks  $X$  berordo  $(2 \times 2)$  yang memenuhi

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ adalah } \dots$$

- A.  $\begin{pmatrix} -6 & -5 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$
- B.  $\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$
- C.  $\begin{pmatrix} -6 & -5 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$
- D.  $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
- E.  $\begin{pmatrix} 12 & 10 \\ -10 & -8 \end{pmatrix}$

14. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ y & 1 \end{pmatrix}$  dan

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix}, A' \text{ adalah tranpos dari matriks } A.$$

Jika  $A' \cdot B = C$ , maka nilai  $2x + 2y = \dots$

- A. -4
- B. -1

- C. 1
- D. 5
- E. 7

15. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 3 & y \end{pmatrix}$  dan

$C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ . Apabila  $B - A = C'$ , maka nilai  $x \cdot y = \dots$

- A. 10
- B. 15
- C. 20
- D. 25
- E. 30

16. Diketahui persamaan matriks

$$\begin{pmatrix} a & 4 \\ -1 & c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ d & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nilai  $a + b + c + d = \dots$

- A. -7
- B. -5
- C. 1
- D. 3
- E. 7

17. Diketahui matriks  $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  dan  $Q = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Jika

$P^{-1}$  adalah invers matriks  $P$  dan  $Q^{-1}$  adalah invers matriks  $Q$ , maka determinan matriks  $P^{-1}Q^{-1}$  adalah

- ...
- A. 223
  - B. 1
  - C. -1
  - D. -10

- E. -223

18. Jika  $p, q, r$  dan  $s$  memenuhi persamaan

$$\begin{pmatrix} p & q \\ 2r & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2s & r \\ q & 2p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{maka}$$

$p + q + r + s = \dots$

- A. -7
- B. -3
- C. -2
- D. 0
- E. 1

19. Tranpos matriks  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  adalah  $A' = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ .

Jika  $A' = A^{-1}$ , maka  $ad - bc = \dots$

- A. -1 atau  $-\sqrt{2}$
- B. 1 atau  $-\sqrt{2}$
- C.  $-\sqrt{2}$  atau  $\sqrt{2}$
- D. -1 atau 1
- E. 1 atau  $-\sqrt{2}$

20. Diketahui matriks  $P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}$ ,  $Q = \begin{pmatrix} u & v \\ w & z \end{pmatrix}$ . Operasi

yang dapat dilakukan pada  $P$  dan  $Q$  adalah ...

- A.  $P + Q$  dan  $PQ$
- B.  $P'Q$  dan  $QP$
- C.  $PQ$  dan  $QP$
- D.  $PQ$  dan  $Q^{-1}P$
- E.  $PQ$  dan  $QP'$

# 5 – Relasi dan Fungsi

## A. RELASI

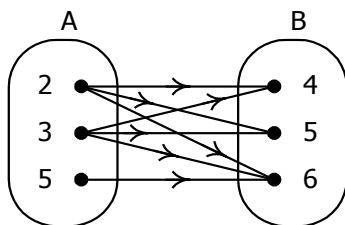
### 1. Pengertian Relasi

Relasi antara dua himpunan, misalnya himpunan A dan himpunan B, adalah suatu aturan yang memasangkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B.

### 2. Menyatakan Relasi

#### a. Diagram Panah

Diketahui  $A = \{2, 3, 5\}$ ;  $B = \{4, 5, 6\}$ ; dan relasi dari A ke B adalah relasi "kurang dari".

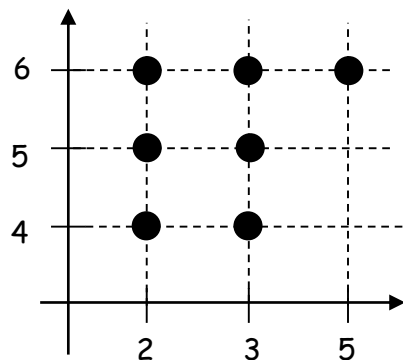


#### b. Himpunan Pasangan Berurutan

Diketahui  $A = \{2, 3, 5\}$ ;  $B = \{4, 5, 6\}$ ; dan relasi dari A ke B adalah relasi "kurang dari".  
Jawab:  $R = \{(2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6)\}$

#### c. Diagram Cartesius

Diketahui  $A = \{2, 3, 5\}$ ;  $B = \{4, 5, 6\}$ ; dan relasi dari A ke B adalah relasi "kurang dari".



## B. FUNGSI ATAU PEMETAAN

### 1. Pengertian Fungsi atau Pemetaan

**Fungsi atau Pemetaan** adalah relasi khusus yang memasangkan setiap anggota satu himpunan dengan tepat satu anggota satu himpunan yang lain.

Syarat suatu relasi merupakan pemetaan atau fungsi adalah:

- A. setiap anggota A mempunyai pasangan di B;
- B. setiap anggota A dipasangkan dengan tepat satu anggota B.

### Contoh Soal:

1. Diketahui diagram panah:

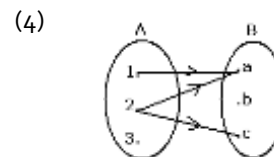
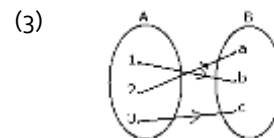
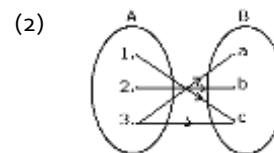
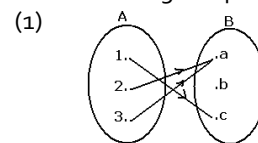


Diagram yang menunjukkan pemetaan/fungsi adalah

### Penyelesaian:

- (i) Diagram panah pada (1) merupakan fungsi, karena setiap anggota A mempunyai tepat satu pasangan di B.



- (ii) Diagram panah pada (2) bukan fungsi, karena terdapat anggota A yaitu 3 mempunyai dua pasangan di B.
- (iii) Diagram panah pada (3) merupakan fungsi, karena setiap anggota A mempunyai tepat satu pasangan di B.
- (iv) Diagram panah pada (4) bukan fungsi, karena terdapat anggota A yaitu 2 mempunyai dua pasangan di B dan ada anggota A yaitu 3 tidak mempunyai pasangan di B.

2. **Menentukan Banyaknya Anggota Himpunan**  
 Jika banyaknya anggota himpunan A adalah  $n(A)$  = dan banyaknya anggota himpunan B adalah  $n(B) = b$  maka
- 1. Banyaknya pemetaan yang mungkin dari A ke B adalah  $b^a$
  - 2. Banyaknya pemetaan yang mungkin dari B ke A adalah  $a^b$ .

**C. MENENTUKAN NILAI SUATU FUNGSI**

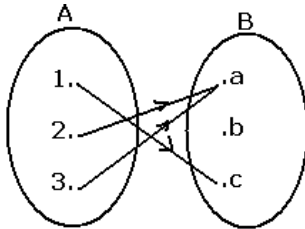
1. **Notasi Fungsi**

Notasi suatu fungsi:

$$f : x \rightarrow y \text{ atau } f : x \rightarrow f(x)$$

Dibaca: "fungsi f memetakan x anggota A ke y anggota B".

2. **Domain, Kodomain, dan Range Fungsi**



Domain (daerah asal) =  $A = \{1, 2, 3\}$   
 Kodomain (daerah kawan) =  $B = \{a, b, c\}$   
 Daerah Hasil =  $\{a, c\}$

Bayangan 1 oleh fungsi f adalah  $f(1) = c$   
 Bayangan 2 oleh fungsi f adalah  $f(2) = a$   
 Bayangan 3 oleh fungsi f adalah  $f(3) = a$

**Contoh Soal:**

- 1. Fungsi  $f : x \rightarrow 3x - 5$  dengan  $X \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ .  
 Daerah hasil fungsi f adalah...

**Penyelesaian:**

$$f(x) = 3x - 5$$

$$\text{Daerah hasil: } f(-3) = 3(-3) - 5 = -9 - 5 = -14$$

$$f(-2) = 3(-2) - 5 = -6 - 5 = -11$$

$$f(-1) = 3(-1) - 5 = -3 - 5 = -8$$

$$f(0) = 3(0) - 5 = 0 - 5 = -5$$

$$f(1) = 3(1) - 5 = 3 - 5 = -2$$

$$f(2) = 3(2) - 5 = 6 - 5 = 1$$

Jadi daerah hasilnya yaitu  $\{-14, -11, -8, -5, -2, 1\}$

**Soal Latihan dan Tugas Mandiri**

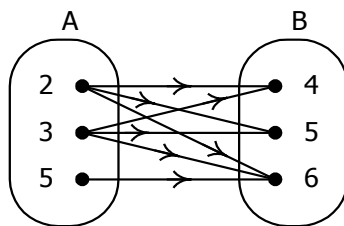
1. Himpunan pasangan berurutan berikut yang menyatakan relasi "kurang dari" adalah...

- A.  $\{(1,6), (2,2), (2,4), (3,6)\}$
- B.  $\{(1,2), (2,4), (3,2), (3,6)\}$
- C.  $\{(1,2), (1,4), (1,6), (2,4), (2,6), (3,6)\}$
- D.  $\{(1,2), (1,4), (2,4), (2,6), (3,2), (3,4)\}$
- E.  $\{(1,2), (1,4), (2,4), (2,6), (3,2), (3,3)\}$

2. Jika  $A = \{2, 3, 4, 5\}$  dan  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ , relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah "satu kurangnya dari". Maka relasi tersebut jika dinyatakan dengan himpunan pasangan berurutan adalah...

- A.  $\{(2,1), (3,2), (4,3), (5, 6)\}$
- B.  $\{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6)\}$
- C.  $\{(2,3), (3,4), (4,6), (3,5)\}$
- D.  $\{(2,3), (3,4), (4,5), (5,6)\}$
- E.  $\{(2,3), (3,4), (4,5), (5,5)\}$

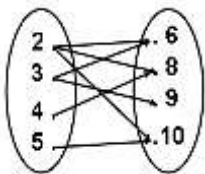
3. Perhatikan gambar!



Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah...

- A. faktor dari
- B. kelipatan dari
- C. kurang dari
- D. akar dari
- E. setengah dari

4. Perhatikan gambar!



Aturan dari relasi yang digambarkan dengan diagram panah diatas ini adalah...

- A. kurang dari
- B. lebih dari
- C. faktor dari
- D. kuadrat dari
- E. setengah dari

5. Diketahui himpunan pasangan berurutan

- (1).  $\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$
- (2).  $\{(1, a), (1, b), (1, c), (1, d)\}$

(3).  $\{(1, a), (2, a), (3, b), (4, b)\}$

(4).  $\{(1, a), (2, b), (1, c), (2, d)\}$

Himpunan pasangan berurutan yang merupakan pemetaan/fungsi adalah...

- A. (1) dan (2)
- B. (1) dan (3)
- C. (2) dan (3)
- D. (2) dan (4)
- E. semua benar

6. Diketahui :

$P = \{(1,1), (1,2), (2,2), (3,3)\}$

$R = \{(1,1), (2,3), (3,4), (3,5)\}$

$Q = \{(1,1), (2,3), (3,3), (4,1)\}$

$S = \{(1,1), (2,3), (3,3), (3,4)\}$

Himpunan pasangan berurutan di atas, yang merupakan fungsi adalah ...

- A. P
- B. Q
- C. R
- D. S
- E. semua

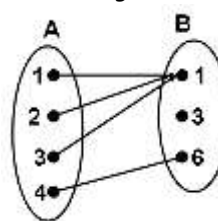
7. Diketahui  $P = \{a, b, c, d\}$  dan  $Q = \{1, 2, 3\}$ . Banyaknya pemetaan yang mungkin dari himpunan P ke himpunan Q adalah...

- A. 81
- B. 64
- C. 12
- D. 7
- E. 10

8. Diketahui  $X = \{1, 2\}$  dan  $Y = \{a, b, c\}$ . Banyaknya fungsi yang mungkin dari Y ke X adalah...

- A. 5
- B. 6
- C. 8
- D. 9
- E. 10

9. Perhatikan gambar berikut!

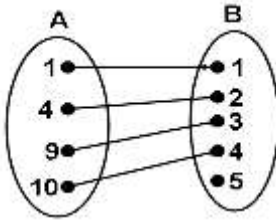


Domain dari diagram panah diatas...

- A.  $\{1, 2, 3, 4\}$
- B.  $\{1, 2, 6\}$
- C.  $\{1, 6\}$

- D. {3}
- E. {3,2}

10. Perhatikan gambar!



Himpunan daerah hasil (range) dari diagram panah diatas ini adalah....

- A. {1, 4, 9, 10}
- B. {1, 2, 3, 4}
- C. {1, 2, 3, 4, 5}
- D. {5}
- E. {1, 2, 3, 4, 5, 9}

11. Diketahui rumus fungsi  $f(x) = -2x + 5$ . Nilai  $f(-4)$  adalah...

- A. -13
- B. -3
- C. 3
- D. 13
- E. 10

12. Jika  $f(x) = 3x - 2$  dan  $f(a) = 19$ . Maka nilai a adalah...

- A. 6
- B. 7

- C. 55
- D. 57
- E. 50

13. Diketahui  $f(x) = 8x+5$  dan  $f(a) = -19$ . Nilai a adalah...

- A. -2
- B. -3
- C. -4
- D. -5
- E. -6

14. Suatu fungsi linear didefinisikan dengan  $f(x) = ax + b$  dengan  $x \in R$ . Jika pada fungsi tersebut diketahui  $f(-2) = -8$  dan  $f(5) = 13$ , maka nilai a dan b berturut-turut adalah...

- A. -3 dan 2
- B. -2 dan 3
- C. 2 dan -3
- D. 3 dan -2
- E. -2 dan 2

15. Suatu fungsi didefinisikan  $f(x) = 7 - \frac{1}{2}x$  dengan  $x \in \{-2, 0, 2, 4\}$ . Daerah hasil fungsi tersebut adalah...

- A. {6, 7, 8, 9}
- B. {8, 7, 6, 4}
- C. {8, 6, 4, 2}
- D. {8, 7, 6, 5}
- E. {6, 7, 6, 5}

## 6 – Barisan dan Deret

### A. BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

- Bentuk umum:  
 $a, (a+b), (a+2b) + (a+3b) \dots$
- Rumus suku ke- $n$  ( $U_n$ )  
 $U_n = a + (n-1)b$   
  
 $a$  : suku pertama  
 $b$  : beda
- Jumlah  $n$  suku pertama ( $S_n$ )  
 $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$  atau  $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$   
Dengan  $S_n$  dapat juga ditentukan:  $U_n = S_n - S_{n-1}$
- Beda ( $b$ )  
 $b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \dots = U_n - U_{n-1}$
- Suku tengah  
 $U_i = \frac{1}{2}(U_1 + U_n)$  untuk  $n$  ganjil.

### C. DERET GEOMETRI TAK HINGGA

- Deret geometri tak hingga bersifat konvergen atau memiliki limit jumlah jika dan hanya jika  $|r| < 1$  dan limit jumlah ditentukan dengan rumus:

$$S = \frac{a}{1-r}$$

- Deret geometri tak hingga bersifat divergen atau tidak memiliki limit jumlah jika dan hanya jika  $|r| > 1$ .

### D. Contoh Soal

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

### B. BARISAN DAN DERET GEOMETRI

- Bentuk umum:  
 $a, ar, ar^2, ar^3, \dots$
- Rumus suku ke- $n$  ( $U_n$ )  
 $U_n = ar^{n-1}$
- Jumlah  $n$  suku pertama ( $S_n$ )  
 $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$  untuk  $r > 1$  dan  $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$  untuk  $r < 1$
- Rasio ( $r$ )  
 $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_n}{U_{n-1}}$
- Suku tengah  
 $U_i^2 = a \cdot U_n$  untuk  $n$  ganjil.

1. Jumlah  $n$  suku pertama deret aritmatika adalah  $S_n = n^2 + 3n$ . Suku ke-5 deret tersebut adalah . . .
- A. 6
  - B. 12
  - C. 14
  - D. 36
  - E. 44

**Penyelesaian:**

Ingat rumus:  $U_n = S_n - S_{n-1}$

$$S_5 = 5^2 + 3 \cdot 5 = 40 \text{ dan } S_4 = 4^2 + 3 \cdot 4 = 28.$$

$$\text{Jadi, } U_5 = S_5 - S_4 = 40 - 28 = 12.$$

**Jawaban: B**

2. Pada sebuah barisan geometri diketahui diketahui bahwa suku pertamanya 3 dan suku ke-9 adalah 768, maka suku ke-7 barisan itu sama dengan . . .

- A. 36
- B. 96
- C. 192
- D. 256
- E. 384

**Penyelesaian:**

Diketahui:  $a = 3$  dan  $U_9 = 768$ . Ingat rumus  $U_n = ar^{n-1}$ .

$$U_9 = 3 \cdot r^8 = 768 \Rightarrow r^8 = 256 \Rightarrow r = 2.$$

Sehingga,  $U_7 = 3 \cdot 2^6 = 192$ .

**Jawaban: C**

3. Jumlah suatu deret geometri tak hingga sama dengan dua kali suku pertamanya dan jumlah empat suku awalnya sama dengan 2,5. Jumlah deretnya adalah . . .

- A.  $\frac{4}{3}$
- B. 2
- C.  $2\frac{2}{3}$
- D. 4
- E.  $5\frac{1}{3}$

**Penyelesaian:**

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = 2a \Leftrightarrow a = 2a - 2ar \Leftrightarrow r = \frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \Leftrightarrow \frac{5}{2} = \frac{a(1-(\frac{1}{2})^4)}{1-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$\text{Jadi, } S_\infty = \frac{\frac{4}{3}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}.$$

**Jawaban: C**

**Soal Latihan dan Tugas Mandiri**  
Pilihlah salah satu

jawaban yang benar!

1. Jumlah  $n$  suku pertama deret aritmatika dinyatakan dengan  $S_n = n^2 + 2n$ . Beda deret itu adalah . . .
  - A. 3
  - B. 2
  - C. 1
  - D. -2
  - E. -3
  
2. Dari deret aritmatika diketahui suku tengah 32. Jika jumlah  $n$  suku pertama deret itu 672, banyaknya suku deret itu adalah . . .
  - A. 17
  - B. 19

- C. 21
- D. 23
- E. 25

3. Jumlah  $n$  suku pertama deret aritmatika adalah  $S_n = n^2 + \frac{5}{2}n$ . Beda deret aritmatika tersebut adalah

- ...
- A.  $-5\frac{1}{2}$
- B. -2
- C. 2

- D.  $2\frac{1}{2}$   
 E.  $5\frac{1}{2}$
4. Suku ke- $n$  suatu deret aritmatika adalah  $U_n = 3n - 5$ . Rumus jumlah  $n$  suku pertama deret tersebut adalah ...  
 A.  $S_n = \frac{n}{2}(3n - 7)$   
 B.  $S_n = \frac{n}{2}(3n - 5)$   
 C.  $S_n = \frac{n}{2}(3n - 4)$   
 D.  $S_n = \frac{n}{2}(3n - 3)$   
 E.  $S_n = \frac{n}{2}(3n - 2)$
5. Jumlah  $n$  suku pertama deret aritmatika adalah  $S_n = \frac{n}{2}(5n - 9)$ . Beda deret aritmatika tersebut adalah ...  
 A. -5  
 B. -3  
 C. -2  
 D. 3  
 E. 5
6. Diketahui suku ke-3 dan suku ke-6 suatu deret aritmatika berturut-turut adalah 8 dan 17. Jumlah delapan suku pertama deret tersebut sama dengan ...  
 A. 100  
 B. 110  
 C. 140  
 D. 160  
 E. 180
7. Seorang ibu membagikan permen kepada 5 orang anaknya menurut deret aritmatika. Semakin muda usia anak semakin banyak permen yang diperolehnya. Jika permen yang diterima anak kedua 11 buah dan anak keempat 19 buah, maka jumlah seluruh permen adalah ...  
 A. 60 buah  
 B. 65 buah  
 C. 70 buah  
 D. 75 buah  
 E. 80 buah
8. Dari suatu barisan aritmatika, suku ketiga adalah 36, jumlah suku kelima dan ketujuh adalah 114. Jumlah 10 suku pertama deret tersebut adalah ...  
 A. 840  
 B. 660  
 C. 640  
 D. 630  
 E. 315
9. Sebuah keluarga mempunyai 6 anak yang usianya pada saat ini membentuk barisan aritmatika. Jika usia anak ke-3 adalah 7 tahun dan usia anak ke-5 adalah 12 tahun, maka jumlah usia enam anak tersebut adalah ...  
 A. 48,5 tahun  
 B. 49,0 tahun  
 C. 49,5 tahun  
 D. 50,0 tahun  
 E. 50,5 tahun
10. Diketahui deret aritmatika  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ . Jika jumlah lima suku pertama sama dengan 5 dan  ${}^6\log(3a_1 + a_5) = 2$ , maka jumlah 13 suku pertamanya adalah ...  
 A. -806  
 B. -611  
 C. -403  
 D. -779  
 E. 637
11. Diketahui barisan geometri dengan  $U_1 = \sqrt[4]{x^3}$  dan  $U_4 = x\sqrt{x}$ . Rasio barisan geometri tersebut adalah ...  
 A.  $x^2\sqrt[4]{x}$   
 B.  $x^2$   
 C.  $\sqrt[4]{x^3}$   
 D.  $\sqrt{x}$   
 E.  $\sqrt[4]{x}$
12. Data yang diperoleh dari hasil pengamatan setiap hari terhadap tinggi sebuah tanaman membentuk barisan geometri. Bila pada pengamatan hari kedua adalah 2 cm dan pada hari keempat adalah  $3\frac{5}{9}$ , maka tinggi tanaman tersebut pada hari pertama pengamatan adalah ...  
 A. 1 cm  
 B.  $1\frac{1}{3}$  cm  
 C.  $1\frac{1}{2}$  cm  
 D.  $1\frac{7}{9}$  cm  
 E.  $2\frac{1}{4}$  cm

13. Seorang anak menabung di sebuah bank dengan selisih kenaikan tabungan antarbulan tetap. Pada bulan pertama sebesar Rp 50.000,00, bulan kedua Rp 55.000,00, dan bulan ketiga Rp 60.000,00 dan seterusnya. Besar tabungan anak tersebut selama dua tahun adalah ...
- Rp 1.315.000,00
  - Rp 1.320.000,00
  - Rp 2.040.000,00
  - Rp 2.580.000,00
  - Rp 2.640.000,00
14. Seutas tali dipotong menjadi 7 bagian dan panjang masing-masing potongan membentuk barisan geometri. Jika panjang potongan tali terpendek sama dengan 6 cm dan panjang tali terpanjang sama dengan 384 cm, panjang keseluruhan tali tersebut adalah ...
- 378 cm
  - 390 cm
  - 570 cm
  - 762 cm
  - 1.530 cm
15. Sebuah mobil dibeli dengan harga Rp 80.000.000,00. Setiap tahun nilai jualnya menjadi  $\frac{3}{4}$  dari harga sebelumnya. Nilai jual setelah dipakai 3 tahun adalah ...
- Rp 20.000.000,00
  - Rp 25.312.500,00
  - Rp 33.750.000,00
  - Rp 35.000.000,00
  - Rp 45.000.000,00
16. Diketahui deret geometri dengan suku pertama 6 dan suku keempat adalah 48. Jumlah enam suku pertama deret tersebut adalah ...
- 368
  - 369
  - 378
  - 379
  - 384
17. Keliling suatu segitiga yang sisi-sisinya membentuk deret aritmatika adalah 12 cm. Jika sudut dihadapan sisi terpanjang adalah  $120^\circ$ , maka luas segitiga tersebut adalah ...
- $\frac{4}{3}\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>
  - $\frac{8}{3}\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>
  - $\frac{12}{5}$  cm<sup>2</sup>
  - $\frac{12}{5}\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>
  - $\frac{24}{5}\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>
18. Agar deret geometri  $\frac{x-1}{x}, \frac{1}{x}, \frac{1}{x(x-1)}, \dots$  jumlahnya mempunyai limit, maka nilai  $x$  yang memenuhi ...
- $x > 0$
  - $x < 1$
  - $x > 2$
  - $0 < x < 1$
  - $x < 0$  atau  $x > 2$
19. Jika tiga bilangan  $q, s,$  dan  $t$  membentuk barisan geometri, maka  $\frac{1}{q+s} + \frac{1}{s+t} = \dots$
- $\frac{1}{q-r}$
  - $\frac{1}{t-q}$
  - $\frac{1}{q+t}$
  - $\frac{1}{q}$
  - $\frac{1}{s}$
20. Diketahui 4 buah bilangan. Tiga bilangan pertama membentuk barisan geometri dan tiga bilangan terakhir membentuk barisan aritmatika dengan beda 6. Jika bilangan pertama sama dengan bilangan keempat, maka jumlah keempat bilangan tersebut adalah ...
- 10
  - 50
  - 55
  - 95
  - 105





## 7 – Persamaan dan Fungsi Kuadrat

### A. PERSAMAAN KUADRAT

1. Definisi

Persamaan kuadrat adalah persamaan yang berbentuk:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dengan  $a$ ,  $b$  dan  $c$  bilangan real,  $a \neq 0$ .

2. Cara Menyelesaikan Persamaan Kuadrat

- Pemfaktoran
- Rumus abc atau rumus kuadrat

Jika  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar dari persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , maka:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

c. Melengkapkan kuadrat sempurna

3. Jenis-jenis Akar Persamaan Kuadrat

Dari persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  dapat ditentukan diskriminan ( $D$ ) persamaan kuadrat, dengan rumus:

$$D = b^2 - 4ac$$

Jenis-jenis akar persamaan kuadrat:

- Jika  $D > 0$  maka persamaan kuadrat memiliki dua akar real yang berlainan.
- Jika  $D = 0$  maka persamaan kuadrat memiliki dua akar real yang sama.
- Jika  $D < 0$  maka persamaan kuadrat memiliki akar imajiner (bilangan kompleks)

4. Jumlah dan Hasil Kali Akar-akar Persamaan Kuadrat

Jika  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar dari persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , maka dapat ditentukan:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{D}}{a}, x_1 > x_2$$

5. Menyusun Persamaan Kuadrat Baru

Jika  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar dari persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , maka dapat dibentuk persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $\alpha$  dan  $\beta$  dengan rumus:

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta = 0$$

6. Rumus-rumus yang Berkaitan dengan Persamaan Kuadrat

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)^2 + 2ab$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$$

**B. FUNGSI KUADRAT**

1. Definisi

Fungsi kuadrat adalah fungsi yang berbentuk:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

dengan dengan  $a, b$  dan  $c$  bilangan real,  $a \neq 0$ .

2. Langkah-langkah menggambar sketsa grafik fungsi kuadrat:

- a. Menentukan titik potong terhadap sumbu X. Syarat,  $y = 0$ .
- b. Menentukan titik potong terhadap sumbu Y. Syarat,  $x = 0$ .
- c. Menentukan sumbu simetri:

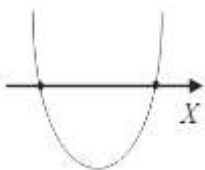

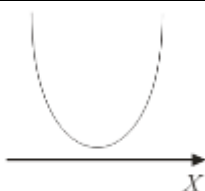
$$x = -\frac{b}{2a}$$

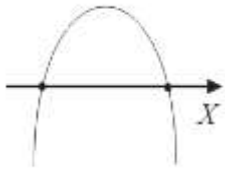
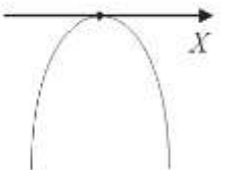
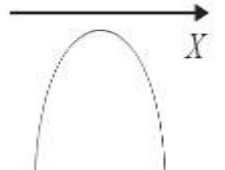
- d. Menentukan titik puncak  $P$  (titik maksimum atau minimum)

$$P\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$$

dengan  $D = b^2 - 4ac$

3. Arti grafis dari  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

No.	Nilai	Sketsa Grafik	Hubungan dengan sumbu X
1.	$a > 0, D > 0$		Grafik terbuka ke atas dan memotong sumbu di dua titik berlainan
2.	$a > 0, D = 0$		Grafik terbuka ke atas dan menyinggung sumbu di satu titik
3.	$a > 0, D < 0$ (definit positif)		Grafik terbuka ke atas dan tidak memotong sumbu X

4.	$a < 0, D > 0$		Grafik terbuka ke bawah dan memotong sumbu di dua titik berlainan
5.	$a < 0, D = 0$		Grafik terbuka ke bawah dan menyinggung sumbu di satu titik
6.	$a < 0, D < 0$ (definit negatif)		Grafik terbuka ke bawah dan tidak memotong sumbu X

4. Membentuk Fungsi Kuadrat

Untuk membentuk fungsi kuadrat dapat menggunakan rumus-rumus berikut ini:

a. Rumus  $y = ax^2 + bx + c$

Gunakan rumus ini jika diketahui 3 titik sembarang  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  dan  $C(x_3, y_3)$ . Selanjutnya gunakan metode eliminasi atau substitusi untuk membentuk fungsi kuadrat tersebut.

b. Rumus  $y = a(x - x_p)^2 + y_p$

Gunakan rumus ini jika diketahui titik puncak  $P(x_p, y_p)$  dan satu titik sembarang  $(x, y)$ . Selanjutnya gunakan metode eliminasi atau substitusi untuk membentuk fungsi kuadrat tersebut.

c. Rumus  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

Gunakan rumus ini jika diketahui 2 titik yang memotong sumbu X dan satu titik sembarang  $(x, y)$ . Selanjutnya gunakan metode eliminasi atau substitusi untuk membentuk fungsi kuadrat tersebut.

C. CONTOH

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Jika persamaan  $ax^2 - 4x + 10 = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$  dengan  $x_1 \cdot x_2 = 5$ , maka  $x_1 + x_2 = \dots$

- A. -8
- B. -4
- C. -2
- D. 2
- E. 8

Penyelesaian:

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \Leftrightarrow \frac{10}{a} = 5, (x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a})$$

$$\Leftrightarrow a = 2$$

Sehingga persamaan kuadratnya:  $2x^2 - 4x + 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 5 = 0$ . Akibatnya,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-2}{1} = -2.$$

**Jawaban: C**

2. Jika akar-akar persamaan kuadrat  $2x^2 - x + 4 = 0$  adalah  $\alpha$  dan  $\beta$ , maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $(\alpha - 2)$  dan  $(\beta - 2)$  adalah ...
- A.  $2x^2 - 11x + 16 = 0$   
 B.  $2x^2 + 7x + 2 = 0$   
 C.  $2x^2 + 7x + 10 = 0$   
 D.  $2x^2 - 7x + 10 = 0$   
 E.  $2x^2 + 7x - 10 = 0$

**Penyelesaian:**

Misalkan  $x_1$  dan  $x_2$  merupakan akar-akar persamaan kuadrat baru dengan  $x_1 = (\alpha - 2)$  dan  $x_2 = (\beta - 2)$ , maka:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= (\alpha - 2) + (\beta - 2) \\ &= \alpha + \beta - 4 \\ &= \frac{1}{2} - 4, \text{ karena } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{(-1)}{2} = \frac{1}{2} \\ &= -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

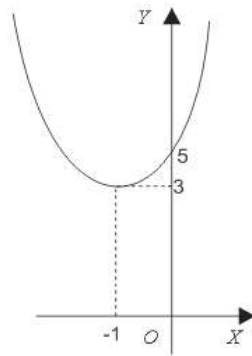
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= (\alpha - 2) + (\beta - 2) \\ &= \alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 4 \\ &= 2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) + 4 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Persamaan kuadrat baru:  $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$ .

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow x^2 - \left(-\frac{7}{2}\right)x + 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 + \frac{7}{2}x + 5 = 0 \text{ (kalikan kedua ruas dengan 2)} \\ &\Leftrightarrow 2x^2 + 7x + 10 = 0 \end{aligned}$$

**Jawaban: C**

3. Persamaan grafik parabola di bawah ini adalah ....



- A.  $y = 2x^2 + 4x + 5$
- B.  $y = 2x^2 - 4x + 5$
- C.  $y = x^2 + 2x + 5$
- D.  $y = x^2 - 2x + 5$
- E.  $y = 4x^2 - 2x + 5$

**Penyelesaian:**

Dari soal diketahui bahwa titik puncak grafik adalah  $(-1, 3)$  dan melalui sumbu Y di titik  $(0, 5)$ . Sehingga persamaan grafik fungsi tersebut adalah:

$$y = a(x - x_p)^2 + y_p$$

$$\Leftrightarrow 5 = a(0 - (-1))^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow a = 2$$

Bentuk fungsi kuadratnya menjadi  $y = 2(x - (-1))^2 + 3$

$$\Leftrightarrow y = 2(x + 1)^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow y = 2x^2 + 4x + 5$$

**Jawaban: A**

**D. LATIHAN**

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Akar-akar persamaan  $2x^2 + 2px - q^2 = 0$  adalah  $p$  dan  $q$ ,  $p - q = 6$ . Nilai  $pq = \dots$ 
  - A. 6
  - B. -2
  - C. -4
  - D. -6
  - E. -8
2. Persamaan kuadrat  $mx^2 + (m - 5)x - 20 = 0$ , akar-akarnya saling berlawanan. Nilai  $m = \dots$ 
  - A. 4
  - B. 5
  - C. 6
  - D. 8
  - E. 12
3. Akar-akar persamaan  $x^2 + (a + 2)x + (a + 3) = 0$  adalah  $p$  dan  $q$ . Nilai minimum  $p^2 + q^2 - pq$  dicapai untuk  $a = \dots$ 
  - A. -1
  - B.  $-\frac{1}{2}$
  - C.  $\frac{1}{2}$
  - D. 1
  - E. 5
4. Persamaan kuadrat  $px^2 - 4x + 3 = 0$  mempunyai akar-akar yang sama. Nilai  $p = \dots$ 
  - A.  $-\frac{4}{3}$
  - B.  $-\frac{3}{4}$
  - C.  $-\frac{1}{4}$
  - D.  $\frac{3}{4}$

- E.  $\frac{4}{3}$
5. Akar-akar persamaan  $x^2 - 4x + 6 = 0$  adalah  $x_1$  dan  $x_2$ . Nilai  $x_1^2 + x_2^2 = \dots$
- 8
  - 4
  - 4
  - 20
  - 28
6. Jumlah kuadrat akar-akar persamaan  $x^2 - (2m + 4)x + 8m = 0$  sama dengan 52. Salah satu nilai  $m$  adalah  $\dots$
- 2
  - 3
  - 4
  - 6
  - 9
7. Jika persamaan kuadrat  $(p + 1)x^2 - 2(p + 3)x + 3p = 0$  mempunyai dua akar yang sama, maka konstanta  $p = \dots$
- 3 dan  $\frac{3}{2}$
  - $-\frac{3}{2}$  dan 3
  - 1 dan 3
  - 2 dan -3
  - 3 dan -9
8. Persamaan kuadrat  $x^2 - 5x + 6 = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $(x_1 - 3)$  dan  $(x_2 - 3)$  adalah  $\dots$
- $x^2 - 2x = 0$
  - $x^2 - 2x + 30 = 0$
  - $x^2 + x = 0$
  - $x^2 + x - 30 = 0$
  - $x^2 + x + 30 = 0$
9. Akar-akar persamaan  $2x^2 - 5x - 6 = 0$  adalah  $p$  dan  $q$ . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $(p - 2)$  dan  $(q - 2)$  adalah  $\dots$
- $2x^2 - 3x - 8 = 0$
  - $2x^2 + 3x - 8 = 0$
  - $2x^2 + 3x + 8 = 0$
  - $x^2 + 3x - 4 = 0$
  - $x^2 - 3x - 4 = 0$
10. Jika akar-akar persamaan kuadrat  $x^2 + 2x + 3 = 0$  adalah  $\alpha$  dan  $\beta$ , maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $(\alpha - 2)$  dan  $(\beta - 2)$  adalah  $\dots$
- $x^2 + 6x + 5 = 0$
  - $x^2 + 6x + 7 = 0$
  - $x^2 + 6x + 11 = 0$
  - $x^2 - 2x + 3 = 0$
  - $x^2 + 2x + 11$
11. Diketahui persamaan  $2x^2 + 3x + 5 = 0$  akar-akarnya  $x_1$  dan  $x_2$ . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $\frac{1}{x_1}$  dan  $\frac{1}{x_2}$  adalah  $\dots$
- $5x^2 - 3x + 2 = 0$
  - $5x^2 + 3x + 2 = 0$
  - $5x^2 - 3x - 2 = 0$
  - $5x^2 + 3x - 2 = 0$
  - $3x^2 + 3x - 5 = 0$
12. Jika  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar persamaan  $x^2 + px + 1 = 0$ , maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$  dan  $x_1 + x_2$  adalah  $\dots$
- $x^2 - 2p^2x + 3p = 0$
  - $x^2 + 2p^2x + 3p = 0$
  - $x^2 + 3px + 2p^2 = 0$
  - $x^2 - 3px + p^2 = 0$
  - $x^2 + p^2x + p = 0$
13. Jika akar-akar persamaan  $x^2 + 5x + a = 0$  dua kali akar-akar persamaan  $2x^2 + bx - 3 = 0$ , nilai  $a + b = \dots$
- 2
  - 1
  - 1
  - 2
  - 3
14. Absis titik balik fungsi  $y = px^2 + (p - 3)x + 2$  adalah  $p$ . Nilai  $p = \dots$
- 3
  - $-\frac{3}{2}$
  - 1
  - $\frac{2}{3}$
  - 3

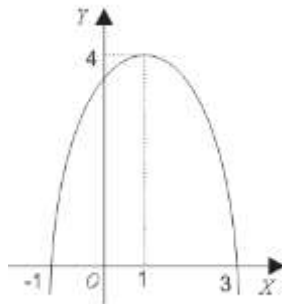
15. Fungsi kuadrat yang mempunyai nilai maksimum 3 untuk  $x=1$  dan grafiknya melalui titik  $(3,1)$ , memotong sumbu Y di titik . . .

- A.  $(0, \frac{7}{2})$
- B.  $(0, 3)$
- C.  $(0, \frac{5}{2})$
- D.  $(0, 2)$
- E.  $(0, \frac{3}{2})$

16. Koordinat titik balik grafik fungsi kuadrat  $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$  adalah . . .

- A.  $(1, 1)$
- B.  $(-1, 1)$
- C.  $(1, -1)$
- D.  $(2, -1)$
- E.  $(-2, 1)$

17. Perhatikan gambar berikut.



Gambar tersebut merupakan grafik fungsi kuadrat . .

- A.  $y = x^2 + 2x + 3$
- B.  $y = x^2 - 2x - 3$
- C.  $y = -x^2 + 2x - 3$
- D.  $y = -x^2 - 2x + 3$
- E.  $y = -x^2 + 2x + 3$

18. Grafik fungsi kuadrat melalui titik  $(0, 0)$  dan mempunyai sumbu simetri  $x=4$  dan puncak terletak pada garis  $y=x$ , maka fungsi tersebut adalah . . .

- A.  $y = \frac{1}{4}x^2 + 2x$
- B.  $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$
- C.  $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x$
- D.  $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x$

E.  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x$

19. Fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik  $(-1, 3)$  dan titik terendahnya sama dengan puncak dari grafik  $f(x) = x^2 + 4x + 3$  adalah . . .

- A.  $y = 4x^2 + x + 3$
- B.  $y = x^2 - 3x - 1$
- C.  $y = 4x^2 + 16x + 15$
- D.  $y = 4x^2 + 15x + 16$
- E.  $y = x^2 + 16x + 18$

20. Garis  $y = mx + 8$  memotong parabola  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 12$  selain di titik puncaknya juga di titik A. Koordinat titik A itu adalah . . .

- A.  $(6, 2)$
- B.  $(-6, 14)$
- C.  $(-2, 10)$
- D.  $(2, 6)$
- E.  $(4, 4)$

21. Akar persamaan kuadrat  $x^2 - 3x + 2 = 0$  adalah . . .

- A. 2 dan 1
- B. -3 dan 1
- C. 2 dan -1
- D. -2 dan -1
- E. 3 dan -1

22. Jika akar – akar persamaan  $x^2 + 2x - 8 = 0$  ialah  $x_1$  dan  $x_2$ , sedangkan akar – akar persamaan  $x^2 + 16x - 16p = 0$  ialah  $2x_1$  dan  $5x_2$ , maka nilai  $p$  adalah . . .

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8
- E. 10

23. Diketahui persamaan kuadrat  $2x^2 - 6x + (2k + 1) = 0$  akar – akarnya  $x_1$  dan  $x_2$ . Jika  $x_1 = x_2 + 2$ , maka nilai  $k$  adalah . . .

- A.  $\frac{1}{4}$
- B.  $\frac{3}{4}$



- C.  $-\frac{5}{4}$
- D.  $-\frac{3}{4}$
- E.  $-\frac{1}{4}$

24. Persamaan kuadrat  $x^2 - 5x + 6 = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ , persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $x_1 - 3$  dan  $x_2 - 3$  adalah ...

- A.  $x^2 - 2x = 0$
- B.  $x^2 - 2x + 30 = 0$
- C.  $x^2 + x = 0$
- D.  $x^2 + x - 30 = 0$
- E.  $x^2 + x + 30 = 0$

25. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya kebalikan dari permasamaan  $x^2 - 2x + 3 = 0$ , ialah ...

- A.  $3x^2 + 2x + 1 = 0$
- B.  $2x^2 + 3x + 1 = 0$
- C.  $x^2 + 2x - 3 = 0$
- D.  $3x^2 - 2x + 1 = 0$
- E.  $2x^2 - 3x + 1 = 0$

26. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya satu lebihnya dari akar-akarnya  $x_1$  dan  $x_2$ . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $(2x_1 - 1)$  dan  $(2x_2 - 1)$  adalah ...

- A.  $x^2 + 3x - 5 = 0$
- B.  $x^2 - 4x + 2 = 0$
- C.  $x^2 + 5x - 10 = 0$
- D.  $x^2 + 18x + 57 = 0$
- E.  $x^2 - 20x - 60 = 0$

27. Hitunglah akar-akar persamaan kuadrat dari  $2x^2 - 2x + 2\sqrt{2} - 4 = 0$

- A.  $\sqrt{3}$  dan  $1 + \sqrt{3}$
- B.  $\sqrt{2}$  dan  $1 - \sqrt{2}$
- C. 3 dan  $1 + \sqrt{5}$
- D.  $1 - \sqrt{3}$  dan  $\sqrt{5}$
- E.  $2 + \sqrt{2}$  dan 1

28. Jika akar-akar persamaan kuadrat  $x^2 - 2x - a = 0$  bilangan rasional dan  $a \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  maka nilai  $a$  adalah ...

- A. 1,5 atau 9
- B. 0,3 atau 8
- C. 6,7 atau 9
- D. 1,2 atau 4
- E. 2,4 atau 6

29. Jika akar-akar persamaan kuadrat  $(p + 1)x^2 - 2(p + 3)x + 3p = 0$  bilangan real dan sama besar (kembar). Maka nilai  $p$  adalah ...

- A.  $-1\frac{1}{2}$  atau  $-3$
- B.  $1\frac{1}{2}$  atau 3
- C.  $1\frac{1}{2}$  atau  $-3$
- D.  $-1\frac{1}{2}$  atau 3
- E.  $-1\frac{1}{2}$  atau  $-3$

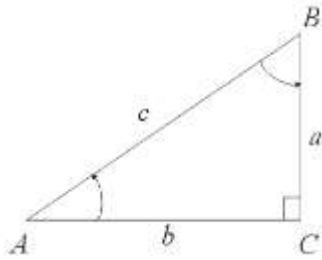
30. Jika akar persamaan kuadrat  $x^2 + bx + c = 0$  bilangan kompleks, maka hubungan antara  $b$  dan  $c$  adalah ..

- A.  $b^2 < 4c$
- B.  $b^2 \leq 4c$
- C.  $b^2 > 4c$
- D.  $b^2 \geq 4c$
- E.  $b^2 = 4c$

# 8 – Trigonometri

## A. RUMUS-RUMUS DASAR TRIGONOMETRI

### 1. Rumus-rumus Dasar



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{a}{c} & \operatorname{cosec} \alpha &= \frac{c}{a} \\ \cos \alpha &= \frac{b}{c} & \sec \alpha &= \frac{c}{b} \\ \tan \alpha &= \frac{a}{b} & \cot \alpha &= \frac{b}{a} \end{aligned}$$

### 2. Rumus Kebalikan

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha} \quad \text{atau} \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \\ \cos \alpha &= \frac{1}{\sec \alpha} \quad \text{atau} \quad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \\ \tan \alpha &= \frac{1}{\cot \alpha} \quad \text{atau} \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \end{aligned}$$

### 3. Rumus Perbandingan

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

### 4. Identitas Trigonometri

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ 1 + \tan^2 \alpha &= \sec^2 \alpha \\ 1 + \cot^2 \alpha &= \operatorname{cosec}^2 \alpha \end{aligned}$$

### 5. Persamaan Trigonometri Dasar

- a. Penyelesaian Persamaan  $\sin x^0 = \sin \alpha^0$

Jika  $\sin x^0 = \sin \alpha^0$ , maka:

$$x = \alpha + k \cdot 360^0 \text{ atau } x = (180 - \alpha) + k \cdot 360^0, x \in R \text{ dan } k \in B \text{ (bulat)}$$

- b. Penyelesaian Persamaan  $\cos x^0 = \cos \alpha^0$

Jika  $\cos x^0 = \cos \alpha^0$ , maka

$$x = \alpha + k \cdot 360^0 \text{ atau } x = -\alpha + k \cdot 360^0, x \in R \text{ dan } k \in B \text{ (bulat)}$$

- c. Penyelesaian Persamaan  $\tan x^0 = \tan \alpha^0$

Jika  $\tan x^0 = \tan \alpha^0$ , maka

$$x = \alpha + k \cdot 360^0, x \in R \text{ dan } k \in B \text{ (bulat)}$$

#### 6. Persamaan $a \cos x + b \sin x = c$

Bentuk  $a \cos x + b \sin x = c$  dapat diubah menjadi  $k \cos(x - \alpha)$ ,  $k$  merupakan konstanta positif dan  $0 \leq \alpha \leq 360^0$ .

Bentuk  $a \cos x + b \sin x = k \cos(x - \alpha)$  dengan  $k = \sqrt{a^2 + b^2}$  dan  $\tan \alpha = \frac{b}{a}$ .

Karena  $a \cos x + b \sin x = c$ , maka  $k \cos(x - \alpha) = c$ .

Persamaan  $a \cos x + b \sin x = c$  memiliki penyelesaian jika  $a^2 + b^2 \geq c^2$ .

#### 7. Aturan Sinus dan Kosinus

Pada segitiga  $ABC$  berlaku hubungan:  $A + B + C = 180^0$ .

Aturan sinus:

Dalam setiap segitiga  $ABC$ , perbandingan panjang sisi dengan sinus sudut yang berhadapan dengan sisi itu mempunyai nilai sama.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Aturan Kosinus:

Dalam setiap segitiga  $ABC$  berlaku:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

### B. RUMUS-RUMUS TRIGONOMETRI LANJUT

#### 1. Rumus Jumlah dan Selisih Dua Sudut

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

2. Rumus Sudut Rangkap

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \text{ atau } \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Rumus untuk sudut  $3\alpha$  :

$$\sin 3\alpha = -4 \sin^3 \alpha + 3 \sin \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

Rumus untuk sudut  $\frac{1}{2} \vartheta$  :

$$\sin \frac{1}{2} \vartheta = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \vartheta}{2}}$$

$$\cos \frac{1}{2} \vartheta = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \vartheta}{2}}$$

$$\tan \frac{1}{2} \vartheta = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \vartheta}{1 + \cos \vartheta}} \text{ atau } \tan \frac{1}{2} \vartheta = \frac{\sin \vartheta}{1 + \cos \vartheta} \text{ atau } \tan \frac{1}{2} \vartheta = \frac{1 - \cos \vartheta}{\sin \vartheta}$$

3. Rumus Perkalian Sinus dan Kosinus

$$2 \sin \beta \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

$$2 \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

$$2 \sin \alpha \sin \beta = -[\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$$

4. Rumus Jumlah dan Selisih Sinus dan Kosinus

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

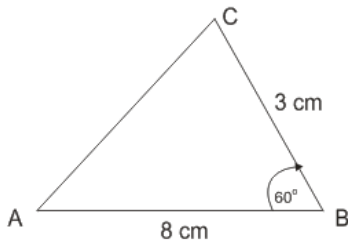
$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

C. CONTOH

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Diketahui segitiga  $ABC$ , panjang sisi  $a = 3$  cm,  $c = 8$ , dan sudut  $B = 60^\circ$ , maka panjang sisi  $b$  adalah ....
- A. 4 cm
  - B. 5 cm
  - C. 7 cm
  - D. 8 cm
  - E. 10 cm

Penyelesaian:



Gunakan aturan kosinus untuk menyelesaikan soal ini.

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B$$

$$b^2 = 3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cos 60^\circ$$

$$b^2 = 73 - 48 \cdot \frac{1}{2}$$

$$b^2 = 49 \Leftrightarrow b = \pm 7$$

Karena panjang sisi selalu positif, maka panjang sisi  $b = 7$  cm.

Jawaban: C

2. Himpunan penyelesaian dari  $2 \cos 2x^\circ = 1$ ,  $0 \leq x \leq 360^\circ$  adalah ....
- A.  $\{15^\circ\}$
  - B.  $\{15^\circ, 30^\circ\}$
  - C.  $\{30^\circ, 150^\circ\}$
  - D.  $\{30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ\}$
  - E.  $\{30^\circ, 150^\circ, 240^\circ, 330^\circ\}$

Penyelesaian:

$$\Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$$

Kemungkinan I	Kemungkinan II
$\Leftrightarrow 2x = 60^\circ + k \cdot 360^\circ$ $\Leftrightarrow x = 30^\circ + k \cdot 180^\circ$ $k = 0 \Rightarrow x = 30^\circ$ (memenuhi) $k = 1 \Rightarrow x = 210^\circ$ (memenuhi) $k = 2 \Rightarrow x = 390^\circ$ (tidak memenuhi)	$\Leftrightarrow 2x = -60^\circ + k \cdot 360^\circ$ $\Leftrightarrow x = -30^\circ + k \cdot 180^\circ$ $k = 0 \Rightarrow x = -30^\circ$ (tidak memenuhi) $k = 1 \Rightarrow x = 150^\circ$ (memenuhi) $k = 2 \Rightarrow x = 330^\circ$ (memenuhi)

Jadi, HP =  $\{30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ\}$

Jawaban: D

3. Jika  $\cot 49^\circ = \frac{1}{a}$ , maka  $\sec 4^\circ = \dots$

- A.  $\frac{\sqrt{2(a^2+1)}}{a+1}$
- B.  $\frac{2\sqrt{(a^2+1)}}{a+1}$
- C.  $\frac{\sqrt{2(a^2-1)}}{a+1}$
- D.  $\frac{a-1}{\sqrt{2(a^2+1)}}$
- E.  $\frac{a+1}{\sqrt{2(a^2+1)}}$

**Penyelesaian:**

$$\cot 49^\circ = \frac{1}{a} \Leftrightarrow \tan 49^\circ = a$$

$$\tan 49^\circ = \tan(45^\circ + 4^\circ)$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{\tan 45^\circ + \tan 4^\circ}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan 4^\circ}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1 + \tan 4^\circ}{1 - 1 \cdot \tan 4^\circ}$$

$$\Leftrightarrow a - a \cdot \tan 4^\circ = 1 + \tan 4^\circ$$

$$\Leftrightarrow a \tan 4^\circ + \tan 4^\circ = a - 1$$

$$\Leftrightarrow \tan 4^\circ (a + 1) = a - 1$$

$$\Leftrightarrow \tan 4^\circ = \frac{a - 1}{a + 1}$$

Karena  $\tan 4^\circ = \frac{a - 1}{a + 1}$ , maka  $\sec 4^\circ = \frac{\sqrt{2(a^2 + 1)}}{a + 1}$ .

**Jawaban: A**

**Soal Latihan dan Tugas Mandiri**

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Ditetapkan  $\sin^2 A = \frac{9}{10}$ . Untuk  $\frac{\pi}{2} < 2A < \pi$ , nilai

$$\tan 2A = \dots$$

- A.  $-\frac{4}{3}$
- B.  $-\frac{3}{4}$
- C.  $\frac{3}{4}$
- D.  $\frac{4}{5}$
- E.  $\frac{4}{3}$

2. Diketahui  $\sin x = \frac{8}{10}$ ,  $0^\circ < x < 90^\circ$ . Nilai

$$\cos 3x + \cos x = \dots$$

- A.  $\frac{18}{25}$
- B.  $-\frac{18}{25}$
- C.  $-\frac{42}{125}$
- D.  $\frac{6}{25}$
- E.  $\frac{12}{25}$

3. Nilai  $\sin 105^\circ + \cos 15^\circ$  adalah ...

- A.  $\frac{1}{2}(-\sqrt{6} - \sqrt{2})$
- B.  $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$
- C.  $\frac{1}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$
- D.  $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$
- E.  $\frac{1}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

4. Nilai dari  $\frac{\cos 50^\circ + \cos 40^\circ}{\sin 50^\circ + \sin 40^\circ}$  adalah ...

- A. 1
- B.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- C. 0
- D.  $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- E. -1

5. Jika  $\tan \alpha = 1$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{3}$  dengan  $\alpha$  dan  $\beta$  sudut lancip, maka  $\sin(\alpha - \beta) = \dots$

- A.  $\frac{2}{3}\sqrt{5}$
- B.  $\frac{1}{5}\sqrt{5}$
- C.  $\frac{1}{2}$
- D.  $\frac{2}{5}$
- E.  $\frac{1}{5}$

6. Diketahui  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{8}{25}$ . Nilai  $\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} = \dots$

- A.  $\frac{3}{25}$
- B.  $\frac{9}{25}$
- C.  $\frac{5}{8}$
- D.  $\frac{3}{5}$
- E.  $\frac{15}{8}$

7. Diketahui  $\cos(x - y) = \frac{4}{5}$  dan  $\sin x \sin y = \frac{3}{10}$ . Nilai  $\tan x \tan y = \dots$

- A.  $-\frac{5}{3}$
- B.  $-\frac{4}{3}$
- C.  $-\frac{3}{5}$
- D.  $\frac{3}{5}$
- E.  $\frac{5}{3}$

8. Diketahui  $\cos \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{x+1}{2x}}$ . Nilai  $\sin A$  adalah ...

- A.  $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$
- B.  $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
- C.  $\frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+1}}$
- D.  $\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2-1}}$
- E.  $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

9. Ditentukan persamaan  $\tan x^\circ - 2 \cot x^\circ - 1 = 0$ , untuk  $90^\circ < x < 180^\circ$ . Nilai  $\sin x^\circ = \dots$

- A.  $\frac{2}{5}\sqrt{5}$
- B.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- C.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- D.  $\frac{1}{2}$
- E.  $\frac{1}{5}\sqrt{5}$

10. Himpunan penyelesaian  $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$  adalah ...

- A.  $\left\{0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$
- B.  $\{0, \pi, 2\pi\}$
- C.  $\left\{0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \pi, 2\pi\right\}$
- D.  $\left\{0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3}{2}\pi, 2\pi\right\}$

E.  $\left\{0, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \pi, 2\pi\right\}$

11. Himpunan penyelesaian dari  $\sin 2x^{\circ} > \frac{1}{2}$ , untuk

$0^{\circ} \leq x < 180^{\circ}$  adalah ...

- A.  $\{x \mid 15^{\circ} < x < 75^{\circ}\}$
- B.  $\{x \mid 0^{\circ} < x < 15^{\circ}\}$
- C.  $\{x \mid 30^{\circ} < x < 150^{\circ}\}$
- D.  $\{x \mid x < 15^{\circ}$  atau  $x > 75^{\circ}\}$
- E.  $\{x \mid x < 30^{\circ}$  atau  $x > 150^{\circ}\}$

12. Penyelesaian persamaan  $\sin(x-45)^{\circ} > \frac{1}{2}\sqrt{3}$  untuk

$0 \leq x \leq 360$  adalah ...

- A.  $75 < x < 105$
- B.  $75 < x < 165$
- C.  $105 < x < 165$
- D.  $0 < x < 75$  atau  $165 < x < 360$
- E.  $0 < x < 105$  atau  $165 < x < 360$

13. Himpunan penyelesaian  $3\cos(360-x)^{\circ} > 2\sin^2 x$  untuk  $0^{\circ} \leq x < 360^{\circ}$  adalah ...

- A.  $\{60 < x < 180\}$
- B.  $\{x \leq 60$  atau  $x \geq 180\}$
- C.  $\{0 < x < 60$  atau  $300 < x < 360\}$
- D.  $\{0 \leq x < 60$  atau  $300 < x \leq 360\}$
- E.  $\{60 \leq x \leq 180\}$

14. Himpunan penyelesaian  $\sin x^{\circ} - \sqrt{3}\cos x^{\circ} = \sqrt{2}; 0 < x < 360$  adalah ...

- A.  $\{15, 285\}$
- B.  $\{75, 165\}$
- C.  $\{105, 195\}$
- D.  $\{165, 255\}$
- E.  $\{195, 285\}$

15. Batas-batas nilai  $p$  agar persamaan  $p\sin x + (p+1)\cos x = p+2$  dapat diselesaikan adalah ...

- A.  $p \leq -1$  atau  $p \geq 3$
- B.  $p \leq 1$  atau  $p \geq 3$
- C.  $p \leq -3$  atau  $p \geq 1$
- D.  $-1 \leq p \leq 3$
- E.  $1 \leq p \leq 3$

16. Agar persamaan  $4\cos x^{\circ} + p\sin x^{\circ} = 5$  dapat diselesaikan untuk  $x \in R$ , maka batas-batas  $p$  adalah

...

- A.  $-3 \leq p \leq 3$
- B.  $-4 \leq p \leq 4$
- C.  $-5 \leq p \leq 5$
- D.  $p \leq -3$  atau  $p \geq 3$
- E.  $p \leq -5$  atau  $p \geq 5$

17. Diketahui seitiga  $ABC$  dengan  $AC = 5$  cm,  $AB = 7$  cm, dan  $\angle BCA = 120^{\circ}$ . Keliling segitiga  $ABC = \dots$

- A. 14 cm
- B. 15 cm
- C. 16 cm
- D. 17 cm
- E. 18 cm

18. Pada segitiga  $ABC$  diketahui sisi  $AB = 6$  cm,  $AC = 10$  cm, dan sudut  $A = 60^{\circ}$ . Panjang sisi  $BC = \dots$

- A.  $2\sqrt{19}$
- B.  $3\sqrt{19}$
- C.  $4\sqrt{19}$
- D.  $2\sqrt{29}$
- E.  $3\sqrt{29}$

19. Dari segitiga  $PQR$ , ditentukan panjang sisi  $PQ = 7$  cm,  $PR = 4$  cm, dan  $QR = 5$  cm. Nilai  $\tan \angle PRQ$  adalah ...

- A.  $\sqrt{26}$
- B.  $\sqrt{24}$
- C.  $\sqrt{19}$
- D.  $-\sqrt{24}$
- E.  $-\sqrt{26}$

20. Diketahui segitiga  $MAB$  dengan  $AB = 300$  cm, sudut  $MAB = 60^{\circ}$  dan sudut  $ABM = 75^{\circ}$ . Maka  $AM = \dots$

- A.  $150(1 + \sqrt{3})$  cm
- B.  $150(\sqrt{2} + \sqrt{3})$  cm
- C.  $150(3 + \sqrt{3})$  cm
- D.  $150(\sqrt{2} + \sqrt{6})$  cm
- E.  $150(\sqrt{3} + \sqrt{6})$  cm

21. Luas segitiga  $ABC$  adalah  $(3 + 2\sqrt{3})$  cm<sup>2</sup>. Panjang sisi  $AB = (6 + 2\sqrt{3})$  cm dan  $BC = 7$ . Nilai  $\sin(A + C) = \dots$

..



- A.  $\frac{1}{7}$
- B.  $\frac{4}{7}\sqrt{3}$
- C.  $\frac{1}{2}$
- D.  $\frac{7}{6+4\sqrt{3}}$
- E.  $\frac{7}{3+4\sqrt{3}}$

22. Diketahui A dan B adalah titik-titik terowongan yang dilihat dari C dengan sudut  $ACB = 45^\circ$ . Jika jarak  $CB = p$  meter dan  $CA = 2p\sqrt{2}$  meter, maka panjang terowongan itu adalah ...
- A.  $p\sqrt{5}$  meter
  - B.  $p\sqrt{17}$  meter
  - C.  $3\sqrt{2}$  meter
  - D.  $4p$  meter
  - E.  $5p$  meter

23. Dalam segitiga ABC diketahui  $\sin A = \frac{1}{2}\sqrt{2}$  dan  $\cos B = \frac{1}{2}$ . Nilai  $\tan C = \dots$
- A.  $2(1 + \sqrt{3})^2$
  - B.  $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})^2$
  - C.  $(\sqrt{3} - 1)^2$
  - D.  $-(\sqrt{3} - 1)^2$
  - E.  $-\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1)^2$

24. Jika  $\theta$  adalah sudut lancip yang memenuhi  $\tan 2\theta + \frac{4}{\tan \theta} = 0$ , maka  $\cos \theta = \dots$
- A.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
  - B.  $\frac{1}{5}\sqrt{5}$
  - C.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
  - D.  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$
  - E.  $\frac{1}{3}\sqrt{6}$

25. Jika  $\sin x \cos x = a$  untuk  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$ ; maka  $\tan 2x = \dots$

- A.  $\frac{a}{\sqrt{(1-a^2)}}$
- B.  $\frac{a}{\sqrt{(1+a^2)}}$
- C.  $\frac{2a}{\sqrt{(1-4a^2)}}$
- D.  $\frac{2a}{\sqrt{(1+4a^2)}}$
- E.  $2a^2$

26. Jika  $\sin x - \cos x = p$ , maka  $\sin x + \cos x = \dots$
- A.  $\frac{1}{2}(p-1)$
  - B.  $\frac{1}{2}(1-p)$
  - C.  $\frac{1}{2}(p^2-1)$
  - D.  $\frac{1}{2}(1-p^2)$
  - E.  $\frac{1}{2}p^2$

27. Dalam segitiga ABC,  $AC = 5$ ,  $AB = 8$ , dan  $\angle CAB = 60^\circ$ . Jika  $\gamma = \angle ACB$  maka  $\cos \gamma = \dots$
- A.  $\frac{1}{7}\sqrt{3}$
  - B.  $\frac{3}{7}\sqrt{3}$
  - C.  $\frac{4}{7}\sqrt{3}$
  - D.  $\frac{1}{7}$
  - E.  $\frac{3}{7}$

28. Nilai dari  $\frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \dots$
- A.  $2 \sin \theta \cos \theta$
  - B.  $2 \sin \theta \cos \theta$
  - C.  $1 - 2 \sin \theta$
  - D.  $2 \sin \theta$
  - E.  $2 \cos \theta$

29. Dalam segitiga ABC diketahui  $AB = 8$  cm,  $BC = 11$  cm dan  $CA = 5$  cm. Jika  $\alpha$  sudut di hadapan sisi BC, maka  $10 \sin \alpha = \dots$
- A.  $-2\sqrt{21}$
  - B.  $-\sqrt{21}$

C.  $\frac{1}{2}\sqrt{21}$

D.  $\sqrt{21}$

E.  $\sqrt{21}$

30. Jika  $\tan \beta > 0$ ,  $\tan 2\beta = -\frac{4}{3}$  dan  $\tan(\alpha - \beta) = 1$ ,  
maka  $\tan^2 \alpha - \tan^2 \beta = \dots$

A. 13

B. 5

C.  $\frac{13}{36}$

D.  $-\frac{5}{36}$

E. -5

## 9 – Geometri

### A. RUMUS-RUMUS

Soal-soal dalam dimensi tiga berkaitan dengan:

1. Jarak
  - a. Jarak antara dua titik
  - b. Jarak titik ke garis
  - c. Jarak titik ke bidang
  - d. Jarak antara dua garis bersilangan

Rumus-rumus yang digunakan untuk menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan jarak:

2. Rumus Pythagoras
  - a. Aturan sin, cos dan tan pada segitiga siku-siku
  - b. Luas Segitiga
  - c. Kesebangunan

Rumus-rumus lain yang berkaitan dengan jarak;

- a. Jarak antara dua titik:

Jika  $d$  merupakan jarak titik  $A(x_1, y_1)$  ke titik  $B(x_2, y_2)$  maka  $d$  dapat ditentukan dengan rumus:

$$d = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- b. Jarak titik ke garis:

Jika  $d$  merupakan jarak titik  $A(x_1, y_1)$  ke garis  $ax + by + c = 0$ , maka jarak  $d$  dapat ditentukan dengan rumus:

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

3. Sudut

1. Sudut antara dua garis lurus
2. Sudut antara garis dan bidang
3. Sudut antara dua bidang

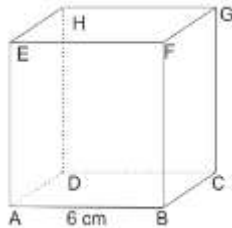
Rumus-rumus yang digunakan untuk menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan sudut:

1. Rumus Pythagoras
2. Aturan sin, cos dan tan pada segitiga siku-siku
3. Luas Segitiga
4. Kesebangunan

**B. Contoh Soal**

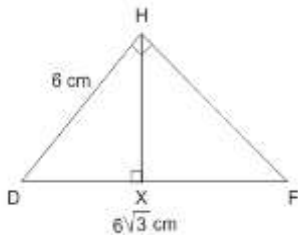
Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Pada kubus  $ABCD.EFGH$  berikut ini jarak titik  $H$  ke  $DF$  adalah ...



- a.  $3\sqrt{6}$  cm
- b.  $2\sqrt{6}$  cm
- c.  $\sqrt{6}$  cm
- d.  $2\sqrt{3}$  cm
- e. 3 cm

**Penyelesaian:**



$$\text{Jarak } H \text{ ke } DF = \text{jarak } HX = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 - 27} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm.}$$

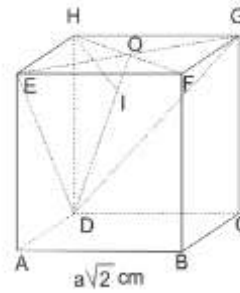
$$DF \cdot HX = DH \cdot HF$$

$$\Rightarrow HX = \frac{DH \cdot HF}{DF} = \frac{6 \cdot 6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

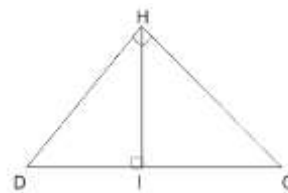
**Jawaban: B**

2. Kubus  $ABCD.EFGH$  mempunyai rusuk  $a\sqrt{2}$ . Jarak titik  $H$  ke bidang  $DEG$  sama dengan ...

- a.  $\frac{2}{3}a$
- b.  $\frac{a}{3}\sqrt{6}$
- c.  $\frac{2}{3}a\sqrt{6}$
- d.  $\frac{2}{3}a\sqrt{3}$
- e.  $a$



Perhatikan segitiga  $HDO$  !



$$DH = a\sqrt{2}, HF = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{4a^2} = 2a, HO = \frac{1}{2}(2a) = a.$$

$$DO = \sqrt{(DH)^2 + (HO)^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = a\sqrt{3}.$$

Jarak titik  $H$  ke bidang  $DEG$  sama dengan jarak  $HI$ .

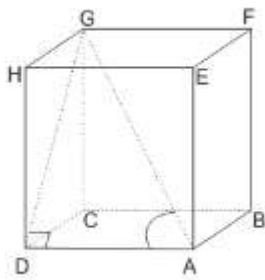
$$HI \cdot DO = DH \cdot HO \Leftrightarrow HI = \frac{DH \cdot HO}{DO} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{3}\sqrt{6}$$

**Jawaban: B**

3.  $ABCD.EFGH$  adalah sebuah kubus. Jika  $\vartheta$  adalah sudut antara diagonal  $AG$  dan rusuk  $AD$ ,  $\cos \vartheta = \dots$

- a.  $\frac{1}{2}$
- b.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- c.  $\sqrt{2}$
- d.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- e.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

**Penyelesaian:**



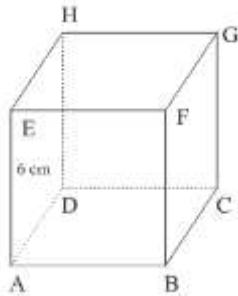
$$\cos \theta = \frac{AD}{AG} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

Jawaban: D

**C. Latihan Soal dan Tugas Mandiri**

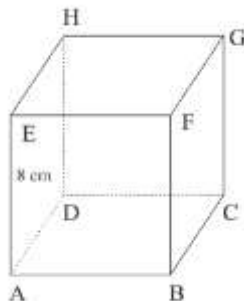
Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Perhatikan gambar kubus  $ABCD.EFGH$ . Jarak titik  $C$  dan bidang  $AFH = \dots$



- A.  $2\sqrt{2}$
- B.  $2\sqrt{3}$
- C.  $4\sqrt{2}$
- D.  $4\sqrt{3}$
- E.  $5\sqrt{2}$

2. Perhatikan gambar kubus  $ABCD.EFGH$ . Panjang proyeksi  $AH$  pada bidang  $BDHF$  adalah  $\dots$



- A.  $8\sqrt{3}$
- B.  $8\sqrt{2}$
- C.  $4\sqrt{6}$
- D.  $4\sqrt{2}$

E.  $4\sqrt{3}$

3. Diketahui  $T.ABCD$  limas beraturan. Panjang rusuk alas  $12$  cm, dan panjang rusuk tegak  $12\sqrt{2}$  cm. Jarak  $A$  ke  $TC$  adalah  $\dots$

- A.  $6$  cm
- B.  $6\sqrt{2}$  cm
- C.  $\sin \alpha = \text{cm}$
- D.  $8$  cm
- E.  $8\sqrt{6}$

4. Diketahui limas segi empat beraturan  $T.ABCD$ . Panjang rusuk tegak  $\sqrt{11}$  cm dan panjang rusuk alas  $2\sqrt{2}$  cm. Sudut antara bidang  $TAD$  dan  $TBC$  adalah  $\alpha$ , maka  $\cos \alpha = \dots$

- A.  $\frac{3}{11}\sqrt{11}$
- B.  $\frac{5}{9}$
- C.  $\frac{2}{9}\sqrt{14}$
- D.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- E.  $\frac{8}{9}$

5. Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$  dengan rusuk  $4$  cm. Jika sudut antara  $BF$  dan bidang  $BEG$  adalah  $\alpha$ , maka  $\sin \alpha = \dots$

- A.  $\frac{1}{4}\sqrt{2}$
- B.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- C.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

- D.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$   
 E.  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$
6. Limas beraturan  $T.ABC$  dengan panjang rusuk alas 6 cm dan panjang rusuk tegak 9 cm. Nilai sinus sudut antara  $TAB$  dan bidang  $ABC$  adalah . . .
- A.  $\frac{\sqrt{69}}{2}$   
 B.  $\frac{\sqrt{69}}{6}$   
 C.  $\frac{\sqrt{138}}{24}$   
 D.  $\frac{\sqrt{138}}{12}$   
 E.  $\frac{\sqrt{138}}{6}$
7. Pada kubus  $ABCD.EFGH$ ,  $\alpha$  adalah sudut antara bidang  $ADHE$  dan  $ACH$ . Nilai  $\cos \alpha = \dots$
- A.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$   
 B.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$   
 C.  $\frac{1}{6}\sqrt{3}$   
 D.  $\frac{1}{3}\sqrt{2}$   
 E.  $\frac{1}{6}\sqrt{2}$
8. Pada kubus  $ABCD.EFGH$ ,  $\alpha$  adalah sudut antara bidang  $ACF$  dan  $ABCD$ . Nilai  $\sin \alpha = \dots$
- A.  $\frac{1}{4}\sqrt{3}$   
 B.  $\frac{1}{3}\sqrt{6}$   
 C.  $\frac{1}{4}\sqrt{2}$   
 D.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$   
 E.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
9. Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$  dengan rusuk 4 cm. Jika  $P$  titik tengah  $EH$ , maka jarak titik  $P$  ke garis  $CF$  adalah . . .
- A.  $\sqrt{20}$  cm  
 B.  $\sqrt{18}$  cm  
 C.  $\sqrt{14}$  cm  
 D.  $\sqrt{12}$  cm  
 E.  $\sqrt{8}$  cm
10. Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$  dengan panjang rusuk 12 cm.  $K$  adalah titik tengah rusuk  $AB$ . Jarak titik  $K$  ke garis  $HC$  adalah . . .
- A.  $4\sqrt{6}$   
 B.  $6\sqrt{3}$   
 C.  $5\sqrt{6}$   
 D.  $9\sqrt{2}$   
 E.  $6\sqrt{5}$
11. Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$  dengan panjang rusuk 8 cm. Panjang proyeksi  $DE$  pada bidang  $BDHF$  adalah . . .
- A.  $2\sqrt{2}$  cm  
 B.  $2\sqrt{6}$  cm  
 C.  $4\sqrt{2}$  cm  
 D.  $4\sqrt{6}$  cm  
 E.  $8\sqrt{2}$  cm
12. Pada limas segiempat beraturan  $T.ABCD$  yang semua rusuknya sama panjang. Sudut antara  $TA$  dan bidang  $ABCD$  adalah . . .
- A.  $15^\circ$   
 B.  $30^\circ$   
 C.  $45^\circ$   
 D.  $60^\circ$   
 E.  $75^\circ$
13. Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$  dengan panjang rusuk  $\sqrt{3}$  cm dan titik  $T$  pada  $AD$  dengan panjang  $AT = 1$  cm. Jarak  $A$  pada  $BT$  adalah . . .
- A.  $\frac{1}{2}$  cm  
 B.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$  cm  
 C.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  cm  
 D. 1 cm  
 E.  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$  cm
14. Diketahui bidang empat beraturan  $ABCD$  dengan panjang rusuk 8 cm. Kosinus sudut antara bidang  $ABC$  dan bidang  $ABD$  adalah . . .

- A.  $\frac{1}{3}$   
 B.  $\frac{1}{2}$   
 C.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$   
 D.  $\frac{2}{3}$   
 E.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
15. Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$  dengan panjang rusuk  $6\sqrt{3}$  cm. Jarak ACH dan EGB adalah ...  
 A.  $4\sqrt{3}$   
 B.  $2\sqrt{3}$   
 C. 4 cm  
 D. 6 cm  
 E. 12 cm
16. Diketahui sebuah kubus  $ABCD.EFGH$ . Besar sudut yang dibentuk oleh garis  $BG$  dengan bidang  $BDHF$  adalah ...  
 A.  $90^\circ$   
 B.  $60^\circ$   
 C.  $45^\circ$   
 D.  $30^\circ$   
 E.  $15^\circ$
17. Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$  dengan panjang rusuk 8 cm. Jarak titik  $H$  ke garis  $AC$  adalah ...  
 A.  $8\sqrt{3}$  cm  
 B.  $8\sqrt{2}$  cm  
 C.  $4\sqrt{6}$  cm  
 D.  $4\sqrt{3}$  cm  
 E.  $4\sqrt{2}$  cm
18. Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$  dengan panjang rusuk 6 cm. Jika sudut antara diagonal  $AG$  dengan bidang alas  $ABCD$  adalah  $\alpha$ , maka  $\sin \alpha$  adalah ...  
 A.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$   
 B.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$   
 C.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$   
 D.  $\frac{1}{2}$   
 E.  $\frac{1}{3}\sqrt{2}$
19. Diketahui panjang rusuk kubus  $ABCD.EFGH$  adalah 6 cm. Jarak titik  $C$  ke bidang  $BDG$  adalah ...  
 A.  $2\sqrt{2}$  cm  
 B.  $2\sqrt{3}$  cm  
 C.  $3\sqrt{2}$  cm  
 D.  $3\sqrt{3}$  cm  
 E.  $4\sqrt{3}$  cm
20. Diketahui limas beraturan  $T.ABCD$ , dengan  $TA = \sqrt{3}$ . Sudut antara rusuk tegak  $TA$  dan bidang alas  $ABCD$  sama dengan  $\alpha$ . Nilai  $\tan \alpha = \dots$   
 A.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$   
 B.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$   
 C.  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$   
 D.  $\sqrt{2}$   
 E.  $\sqrt{3}$
21. Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$ , titik  $P, Q, R$  di pertengahan rusuk  $AD, BC,$  dan  $CG$ . Irisan bidang yang melalui  $P, Q$  dan  $R$  dengan kubus berbentuk ...  
 A. segi empat sembarang  
 B. segitiga  
 C. jajargenjang  
 D. persegi  
 E. persegi panjang
22. Diketahui  $T.ABCD$  limas beraturan. Panjang rusuk alas 12 cm, dan panjang rusuk tegak  $12\sqrt{2}$  cm. Jarak antara  $A$  ke  $TC$  adalah ...  
 A. 6 cm  
 B.  $6\sqrt{2}$  cm  
 C.  $6\sqrt{6}$  cm  
 D. 8 cm  
 E.  $8\sqrt{6}$
23. Diketahui bidang empat beraturan  $T.ABC$  dengan rusuk 4 cm. Titik  $P$  pada pertengahan  $AB$ . Sudut antara  $TP$  dengan bidang alas adalah  $\alpha$ . Nilai  $\tan \alpha = \dots$   
 A.  $2\sqrt{2}$   
 B.  $\frac{2}{3}\sqrt{2}$   
 C. 1  
 D.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

E.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

24. Diketahui limas segi empat beraturan T.ABCD. Panjang rusuk tegak  $\sqrt{11}$  cm dan panjang rusuk alas  $2\sqrt{2}$  cm. Sudut antara bidang TAD dan TBC adalah  $\alpha$ , maka  $\cos \alpha = \dots$

A.  $\frac{3}{11}\sqrt{11}$

B.  $\frac{5}{9}$

C.  $\frac{2}{9}\sqrt{14}$

D.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

E.  $\frac{8}{9}$

25. Prisma segi-4 beraturan ABCD.EFGH dengan rusuk 6 cm dan tinggi prisma 8 cm. titik potong diagonal AC dan BD adalah T, jarak titik D dan TH sama dengan ..

A.  $\frac{12}{41}\sqrt{41}$

B.  $\frac{24}{41}\sqrt{41}$

C.  $\frac{30}{41}\sqrt{41}$

D.  $\frac{36}{41}\sqrt{41}$

E.  $2\sqrt{41}$

# 10 – Limit Fungsi

## A. LIMIT FUNGSI ALJABAR

1. Menentukan limit fungsi berbentuk  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

Untuk menentukan limit fungsi berbentuk  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  dapat menggunakan metode:

- substitusi langsung
- pemfaktoran

2. Menentukan limit fungsi berbentuk  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

Untuk menentukan limit fungsi berbentuk  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  dapat menggunakan metode:

- membagi dengan pangkat tertinggi dari penyebut
- mengalikan dengan sekawan

3. Teorema Limit

a. Jika  $f(x) = k$ , maka  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = k$  (untuk setiap  $k$  konstan dan  $a$  bilangan real)

b. Jika  $f(x) = x$ , maka  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$  (untuk setiap bilangan real  $a$ )

c.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

d.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

e. Jika  $k$  suatu konstanta, maka  $\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$

f.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)] \cdot [\lim_{x \rightarrow a} g(x)]$

g.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$

h.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)]^n$

i.  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$  dengan  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \geq 0$ , jika  $n$  genap dan  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \leq 0$ , jika  $n$  ganjil.

## B. LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Rumus-rumus limit fungsi trigonometri:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$$



Untuk menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri dapat menggunakan rumus-rumus trigonometri yang telah dibahas pada bab sebelumnya.

Perhitungan-perhitungan yang berkaitan dengan limit:

Untuk konstanta  $k$  berlaku:  $\frac{k}{0}$  tidak terdefinisi,  $\frac{0}{k} = 0$ ,  $\frac{k}{\infty} = 0$ ,  $\frac{\infty}{k} = \infty$ .

**C. CONTOH**

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 2x} =$
- A. 0
  - B. 2
  - C. 4
  - D. 6
  - E.  $\infty$

**Penyelesaian:**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x(x-2)} = \frac{12}{2} = 6$$

**Jawaban: D**

2. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2}$  adalah ....
- A.  $-\frac{1}{5}$
  - B.  $-\frac{1}{10}$
  - C.  $\frac{1}{10}$
  - D.  $\frac{1}{5}$
  - E. 1

**Penyelesaian:**

Gunakan rumus sudut rangkap trigonometri.

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x \Leftrightarrow 2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x \Leftrightarrow 2 \sin^2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1 - \cos x. \text{ Sehingga,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \left( \frac{x}{4} \right)}{5x^2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

**Jawaban: C**

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{4 - \sqrt{x^2 + 7}} = \dots$
- a. 0
  - b. 5

- c. 6,5
- d. 8
- e.  $\infty$

**Penyelesaian:**

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}} \times \frac{4+\sqrt{x^2+7}}{4+\sqrt{x^2+7}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(9-x^2)(4+\sqrt{x^2+7})}{(4-\sqrt{x^2+7})(4+\sqrt{x^2+7})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{(9-x^2)}(4+\sqrt{x^2+7})}{(9-x^2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (4+\sqrt{x^2+7}) \\ &= 4+4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

**Jawaban: D**

**Soal Latihan dan Tugas Mandiri**

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x - 2} = \dots$ 
  - A. 32
  - B. 16
  - C. 8
  - D. 4
  - E. 2
2. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{1+x^2}} = \dots$ 
  - A. 2
  - B. 0
  - C. -1
  - D. -2
  - E. -3
3. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{6-x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} \right) = \dots$ 
  - A.  $-\frac{1}{2}$
  - B.  $-\frac{1}{4}$
  - C. 0
  - D.  $\frac{1}{4}$
  - E.  $\frac{1}{2}$
4. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3x-1}}{x-1} = \dots$ 
  - A.  $-\sqrt{2}$

- B.  $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- C. 0
- D.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- E.  $\sqrt{2}$

5. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{2}{x^2-4} - \frac{3}{x^2+2x-8} \right) = \dots$ 
  - A.  $-\frac{7}{12}$
  - B.  $-\frac{1}{4}$
  - C.  $-\frac{1}{12}$
  - D.  $-\frac{1}{24}$
  - E. 0
6. Nilai  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + (3-a)x - 3a}{x-a}$  adalah ...
  - A. a
  - B. a+1
  - C. a+2
  - D. a+3
  - E. a+4
7. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{2x+3}}{9-x^2}$  adalah ...

- A.  $-\frac{1}{9}$   
 B.  $-\frac{1}{8}$   
 C.  $\frac{1}{3}$   
 D.  $\frac{1}{2}$   
 E.  $\frac{2}{3}$
8. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{4 - \sqrt{5x + 1}}$  adalah ...  
 A. -8  
 B. -6  
 C. 6  
 D. 8  
 E.  $\infty$
9. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x}{\sqrt{1 - 2x} - \sqrt{1 + 2x}}$  adalah ...  
 A. -2  
 B. 0  
 C. 1  
 D. 2  
 E. 4
10. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x}$  adalah ...  
 A. 0  
 B.  $\frac{1}{8}$   
 C.  $\frac{1}{4}$   
 D.  $\frac{1}{2}$   
 E. 1
11. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3 - \sqrt{2x + 9}} = \dots$   
 A. 3  
 B. 1  
 C. 0  
 D. -3  
 E. -6
12. Nilai  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 5x + 2}{\sin(4x - 2)}$  adalah ...  
 A. -3  
 B.  $-\frac{3}{2}$   
 C.  $-\frac{3}{4}$   
 D.  $\frac{3}{4}$   
 E.  $\frac{3}{2}$
13. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 6) \sin(x + 2)}{x^2 - 3x + 10}$  adalah ...  
 A.  $\frac{4}{3}$   
 B.  $-\frac{4}{7}$   
 C.  $-\frac{2}{5}$   
 D. 0  
 E. 1
14. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - 3 \sin 3x \cos 2x}{2x^3}$  adalah ...  
 A.  $\frac{1}{2}$   
 B.  $\frac{2}{3}$   
 C.  $\frac{3}{2}$   
 D. 2  
 E. 3
15. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 2x} = \dots$   
 A. -2  
 B. -1  
 C. 1  
 D. 2  
 E. 4
16. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \sin 3x}{5x} = \dots$   
 A. 0  
 B. 0,2  
 C. 0,6  
 D. 1  
 E.  $\infty$
17. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 3x}{x \cos x} = \dots$   
 A. 0  
 B. 1  
 C. -2  
 D. 2  
 E. 3
18. Nilai  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{\frac{x}{2}} - \sqrt{\frac{\pi}{4}}} = \dots$   
 A.  $4\sqrt{\pi}$   
 B.  $2\sqrt{\pi}$   
 C.  $\sqrt{\pi}$

D.  $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

E.  $\frac{1}{4}\sqrt{\pi}$

19. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - (a+1)x^2 + ax}{(x^2 - a)\tan(x-1)} = \dots$

- A. 1
- B.  $1-a$
- C.  $a$
- D. 0
- E.  $2-a$

20. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x^2)}{x^2 + (\sin 3x)^2} = \dots$

- A.  $\frac{2}{3}$
- B. 5
- C.  $\frac{3}{2}$
- D. 0
- E.  $\frac{1}{5}$

21. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \sin x \tan x}{1 - \cos 2x} = \dots$

- A. 0
- B.  $\frac{1}{2}$
- C. 1
- D. 2
- E. 4

22. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \cos^2(x-2)}{3x^2 - 12x + 12} = \dots$

- A. 0
- B.  $\frac{1}{3}$
- C.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- D. 1
- E. 3

23. Nilai  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} = \dots$

- A. 0
- B.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- C. 1
- D.  $\sqrt{2}$
- E.  $\infty$

24. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \tan(\frac{1}{2}x)} = \dots$

- A. -4
- B. -2
- C. 1
- D. 2
- E. 4

25. Nilai  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{(\sin \frac{1}{2}x - \cos \frac{1}{2}x)^2} = \dots$

- A. 0
- B.  $\frac{1}{2}$
- C. 1
- D.  $\frac{3}{2}$
- E. 2

26. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \pi} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + x})$  adalah ...

- A.  $-\frac{3}{2}$
- B.  $-\frac{1}{2}$
- C.  $\frac{1}{2}$
- D. 1
- E.  $\frac{3}{2}$

27. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x - \pi}{2(x - \pi) + \tan(x - \pi)} = \dots$

- A.  $-\frac{1}{2}$
- B.  $-\frac{1}{4}$
- C.  $\frac{1}{4}$
- D.  $\frac{1}{3}$
- E.  $\frac{2}{5}$

28. Nilai  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+5} + \sqrt{2x-1}) = \dots$

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. 2
- E.  $\infty$

29. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(2x+5)(2x+1)} - (2x-5)) = \dots$

- A. 2
- B. 3
- C. 7
- D. 9
- E. 14

30. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(2x-1)(x+2)} - (x\sqrt{2} + 1)) = \dots$

- A.  $3\sqrt{2} - 4$

B.  $\frac{3}{2}\sqrt{2} - 1$

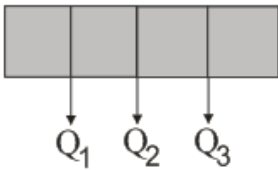
C.  $\frac{3}{4} - \sqrt{2}$

D.  $3 - 2\sqrt{2}$

E.  $\frac{3}{4}\sqrt{2} - 1$

# 11 – Statistika

## A. Data Tunggal

No.	Jenis Rumus	Rumus
1.	Rata-rata (rataaan) hitung	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ <p>Keterangan:  <math>\bar{x}</math> : rata-rata  <math>x_n</math> : data ke-<math>n</math>  <math>n</math> : banyaknya data</p>
2.	Modus	Modus ( $M_o$ ) merupakan data yang paling sering muncul atau data yang memiliki frekuensi terbesar.
3	Median	$Me = x_{\frac{n+1}{2}}$ , untuk $n$ ganjil  $Me = \frac{x_n + x_{n+1}}{2}$ , untuk $n$ genap
4	Jangkauan	$J = \text{datum terbesar} - \text{datum terkecil}$ $= X_{maks} - X_{min}$
5	Kuartil	Kuartil ( $Q_i$ ) adalah nilai yang membagi sekumpulan data yang telah disusun berurutan menjadi 4 bagian sama besar.    $Q_1$ : Kuartil bawah $Q_2$ : Kuartil tengah (Median) $Q_3$ : Kuartil atas
6	Simpangan Quartil	$Qd = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$
7	Simpangan rata-rata	$SR = \frac{1}{n}( x_1 - \bar{x}  +  x_2 - \bar{x}  + \dots +  x_n - \bar{x} )$ <p>Keterangan:                      SR : Simpangan rata-rata  <math>\bar{x}</math> : rata-rata</p>

		$x_n$ : data ke-n $n$ : banyaknya data Perhatikan bahwa $ x_1 - \bar{x} $ merupakan nilai mutlak data ke-1 dikurangi rata-rata. Sehingga hasilnya selalu positif.
8	Ragam atau Variansi	$R = S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ Keterangan: $R = S^2$ : Simpangan rata-rata $\bar{x}$ : rata-rata $x_n$ : data ke-n $n$ : banyaknya data
9	Simpangan Baku atau Deviasi Standar	$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}$ Keterangan: $S$ : Simpangan baku $\bar{x}$ : rata-rata $x_n$ : data ke-n $n$ : banyaknya data

**B. Data Berkelompok**

No.	Jenis Rumus	Rumus
1.	Rataan	$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_ix_i}{f_1 + f_2 + \dots + f_i}$ Keterangan: $\bar{x}$ : rata-rata $f_i$ : frekuensi ke- $i$ $x_i$ : titik tengah interval kelas $i$
2.	Modus	$Mo = L + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) p$ Keterangan: $Mo$ : Modus $L$ : tepi bawah kelas modus (ditentukan dari yang memiliki frekuensi tertinggi) $p$ : panjang interval kelas $d_1$ : selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya $d_2$ : selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya

3.	Kuartil bawah	$Q_1 = L_1 + \left( \frac{\frac{1}{4}n - fk_1}{f_1} \right) p$ <p>Keterangan:  <math>Q_1</math> : kuartil bawah  <math>L_1</math> : tepi bawah kuartil ke-<math>i</math>  <math>n</math> : banyaknya data  <math>fk_1</math> : jumlah semua frekuensi sebelum kelas kuartil ke-<math>i</math>  <math>f_1</math> : frekuensi kelas kuartil ke-<math>i</math>  <math>p</math> : panjang interval kelas</p> <p>Untuk menentukan kelas kuartil ke-<math>i</math> gunakan rumus <math>\frac{1}{4}n</math>.</p>
4.	Kuartil tengah atau Median	$Q_2 = Me = L_2 + \left( \frac{\frac{1}{2}n - fk_2}{f_2} \right) p$ <p>Keterangan:  <math>Q_2</math> : kuartil tengah  <math>Me</math> : Median  <math>L_2</math> : tepi bawah kuartil ke-<math>i</math>  <math>n</math> : banyaknya data  <math>fk_2</math> : jumlah semua frekuensi sebelum kelas kuartil ke-<math>i</math>  <math>f_2</math> : frekuensi kelas kuartil ke-<math>i</math>  <math>p</math> : panjang interval kelas</p> <p>Untuk menentukan kelas kuartil ke-<math>i</math> gunakan rumus <math>\frac{1}{2}n</math>.</p>
5.	Kuartil atas	$Q_3 = L_3 + \left( \frac{\frac{1}{4}n - fk_3}{f_3} \right) p$ <p>Keterangan:  <math>Q_3</math> : kuartil atas  <math>L_3</math> : tepi bawah kuartil ke-<math>i</math>  <math>n</math>: banyaknya data  <math>fk_3</math> : jumlah semua frekuensi sebelum kelas kuartil ke-<math>i</math>  <math>f_3</math> : frekuensi kelas kuartil ke-<math>i</math>  <math>p</math> : panjang interval kelas</p>

**CONTOH**

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

4. Dalam tabel di bawah ini, nilai rata-rata ujian matematika adalah 6. Oleh karena itu, nilai  $a = \dots$

Nilai	4	5	6	8	10
Frekuensi	20	40	70	a	10



- A. 0
- B. 5
- C. 10
- D. 20
- E. 30

**Penyelesaian:**

$$\text{Rata-rata} = \frac{4.20 + 5.40 + 6.70 + 8a + 10.10}{140 + a}$$

$$6 = \frac{800 + 8a}{140 + a}$$

$$800 + 8a = 780 + 7a$$

$$a = 20$$

**Jawaban: D**

5. Modus dari data dalam tabel di bawah ini adalah ....

Interval	f
61 – 65	8
66 – 70	12
71 – 75	18
76 – 78	14

- A. 72,5
- B. 72,75
- C. 73,5
- D. 73,75
- E. 74,5

**Penyelesaian:**

Kelas modus pada interval 71-75, sehingga tepi bawah kelas modusnya =  $71 - 0,5 = 70,5$ .

$$Mo = 70,5 + \left( \frac{6}{6+4} \right) 5$$

$$= 70,5 + 3$$

$$= 73,5$$

**Jawaban: C**

6. Median dari data pada tabel di bawah ini adalah ...

Nilai	f
50 – 54	7
55 – 59	10
60 – 64	21
65 – 69	18
70 – 74	4

- A. 54,5
- B. 55,5

- C. 56,5
- D. 57,5
- E. 58,5

**Penyelesaian:**

$\Sigma f = 60 \Rightarrow \frac{1}{4}n = \frac{1}{4} \times 60 = 15$ . Kelas kuartilnya adalah 55-59. Sehingga, tepi bawah kelas kuartil = 54,5.

$$Me = 54,5 + \left( \frac{\frac{1}{4} \times 60 - 7}{10} \right) 5 = 54,5 + 4 = 58,5$$

**Jawaban: E**

**Soal Latihan dan Tugas Mandiri**

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Simpangan kuartil dari data 6, 7, 7, 3, 8, 4, 6, 5, 5, 9, 10, 10, 4, 4, 3 adalah ...
  - A. 1
  - B. 2
  - C.  $3\frac{1}{2}$
  - D. 4
  - E. 7
2. Simpangan kuartil dari data 83, 53, 54, 78, 78, 57, 59, 65, 62, 69, 75, 72, 69, 71 adalah ...
  - A. 6
  - B. 7
  - C. 8
  - D. 12
  - E. 16
3. Median dari data 7, 4, 10, 9, 15, 12, 7, 9, 7 adalah ...
  - A. 7
  - B. 8,9
  - C. 9
  - D. 10,5
  - E. 15
4. Median dari data pada tabel di bawah ini adalah ...

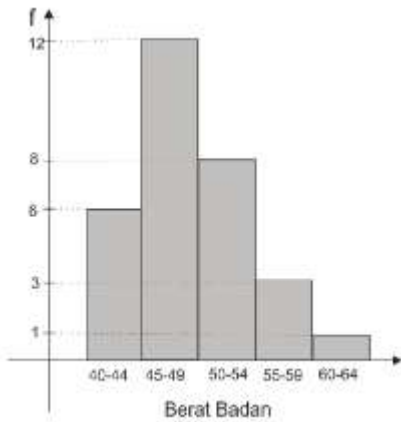
Umur	f
4 - 7	6
8 - 11	10
12 - 15	18
16 - 19	40
20 - 23	16
24 - 27	10

- A. 16,5

- B. 17,1
  - C. 17,3
  - D. 17,5
  - E. 18,3
5. Median dari data berkelompok pada tabel di bawah ini adalah ....

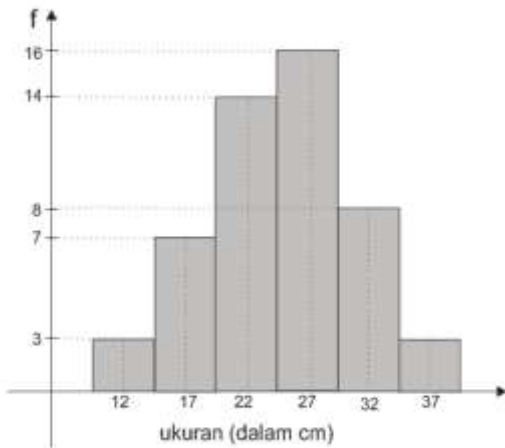
Nilai	F
50 - 54	4
55 - 59	8
60 - 64	14
65 - 69	35
70 - 74	27
75 - 79	9
80 - 84	3

- A. 67,93
  - B. 68,33
  - C. 68,63
  - D. 68,93
  - E. 69,33
6. Diagram di bawah ini menyajikan data berat badan (dalam kg) dari 40 siswa, modulusnya adalah ...



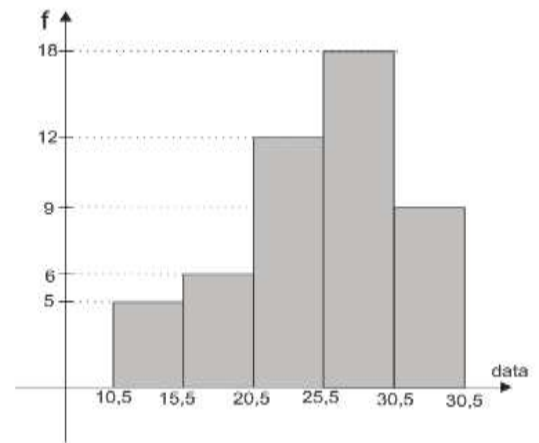
- A. 46,1
- B. 46,5
- C. 46,9
- D. 47,5
- E. 48,0

7. Modus dari data pada gambar adalah ...



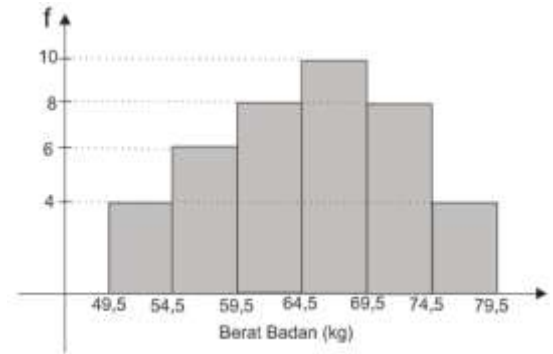
- A. 25,5
- B. 25,8
- C. 26
- D. 26,5
- E. 26,6

8. Nilai ratahan dari data pada diagram berikut adalah ..



- A. 23
- B. 25
- C. 26
- D. 28
- E. 30

9. Berat badan siswa pada suatu kelas disajikan dengan histogram seperti pada gambar berikut ini.



Rataan berat badan tersebut adalah ...

- A. 64,5 kg
- B. 65 kg
- C. 65,5 kg
- D. 66 kg
- E. 66,5 kg

10. Perhatikan tabel berikut !

Berat (kg)	Frekuensi
31 – 36	4
37 – 42	6
43 – 48	9
49 – 54	14
55 – 60	10
61 - 66	2
67 – 72	2

Modus data pada tabel tersebut adalah ...

- A. 49,06

- B. 50,20
- C. 50,70
- D. 51,33
- E. 51,83

11. Perhatikan data berikut !

Berat (kg)	Frekuensi
50 – 54	4
55 – 59	6
60 – 64	8
65 – 69	10
70 – 74	8
75 – 79	4

Kuartil atas dari data pada tabel adalah ...

- A. 69,50
- B. 70,00
- C. 70,50
- D. 70,75
- E. 71,00

12. Simpangan kuartil dari data 3, 6, 2, 4, 14, 9, 12, 8 adalah ...

- A.  $2\frac{1}{2}$
- B. 3
- C.  $3\frac{1}{2}$
- D. 4
- E.  $4\frac{1}{2}$

13. Simpangan kuartil dari data pada tabel di bawah adalah ...

Data	Frekuensi
1 – 10	2
11 – 20	4
21 – 30	25
31 – 40	47
41 – 50	17
51 – 60	5

- A. 1,2
- B. 2,5
- C. 3,4
- D. 4,8
- E. 5,9

14. Media dari distribusi frekuensi di bawah ini adalah ...

Skor	f
------	---

26 – 30	8
31 – 35	6
36 – 40	10
41 – 45	9
46 – 50	7

- A. 36,5
- B. 37,5
- C. 38,5
- D. 39,5
- E. 40,5

15. Modus dari data pada distribusi frekuensi di bawah ini adalah ...

Tinggi (cm)	f
130 – 134	2
135 – 139	7
140 – 144	12
145 – 149	10
150 – 154	14
155 – 159	8
160 – 164	7

- A. 149,5 cm
- B. 150,5 cm
- C. 151,5 cm
- D. 152,0 cm
- E. 156,3 cm

16. Pada ulangan matematika, diketahui nilai rata-rata kelas adalah 58. Jika rata-rata nilai matematika untuk siswa prianya adalah 65 dan untuk siswa wanitanya adalah 54, maka perbandingan jumlah siswa pria dan wanitanya pada kelas tersebut adalah ...

- A. 11 : 7
- B. 4 : 7
- C. 11 : 4
- D. 7 : 15
- E. 9 : 2

17. Jika modus dari data 2, 3, 3, 4, 5, 4, x, 4, 2, 3 adalah 3, median dari data tersebut adalah ...

- A. 2
- B.  $2\frac{1}{2}$
- C. 3
- D.  $3\frac{1}{2}$
- E. 4

18. Pada suatu ujian yang diikuti oleh 50 siswa, diperoleh rata-rata nilai ujian adalah 35, median 40, dan

simpangan baku 10. Karena rata-rata terlalu rendah, maka simpangan semua nilai dikalikan 2, kemudian dikurangi 15. Akibatnya . . .

- A. Rata-rata nilai menjadi 70
- B. Rata-rata nilai menjadi 65
- C. Simpangan baku menjadi 20
- D. Simpangan baku menjadi 5
- E. Median menjadi 80

19. Dari data distribusi di bawah ini, dapat disimpulkan bahwa rata-rata distribusi adalah . . .

Kelas interval	f
2 – 6	2
7 – 11	3
12 – 16	4
17 – 21	5
22 – 26	6

- A. 16,50
- B. 17,00
- C. 15,50
- D. 15,75
- E. 17,75

20. Data berikut adalah hasil ujian matematika suatu kelas di SMU yang nilai rata-ratanya adalah  $\bar{x}$ .

Nilai	3	4	5	6	7	8
Frekuensi	2	4	8	12	12	4

Siswa dinyatakan lulus, jika nilainya lebih besar atau sama dengan  $\bar{x} - 1$ . Banyaknya siswa yang lulus ujian ini adalah ....

- A. 20
- B. 28
- C. 32
- D. 36
- E. 40

21. Nilai rata-rata kimia dalam suatu kelas adalah 6,5. Jika ditambah nilai siswa baru yang besarnya 9 maka rata-rata menjadi 6,6. Banyak siswa semula dalam kelas tersebut adalah ....

- A. 20
- B. 25
- C. 30
- D. 35
- E. 40

22. Perhatikan tabel berikut!

Nilai Ujian	4	5	6	7	8
Frekuensi	2	5	8	11	4

Siswa dinyatakan lulus ujian matematika jika nilai ujiannya lebih tinggi dari nilai rata-rata kelas. Dari tabel diaas jumlah siswa yang lulus adalah . . .

- A. 20
- B. 23
- C. 15
- D. 7
- E. 4

23. Nilai rata-rata 20 bilangan adalah 12. Dari ke-20 bilangan tersebut, nilai rata-rata 9 bilangan pertama adalah 15 dan nilai rata-rata 7 bilangan berikutnya adalah 13. Nilai rata-rata bilangan yang lain adalah . . .

- A. 3,5
- B. 2,5
- C. 3
- D. 4
- E. 2

24. Nilai rata-rata sekelompok siswa yang berjumlah 50 siswa adalah 64. Jika seorang siswa yang mendapat nilai 88,5 tidak dimasukkan dalam perhitungan rata-rata nilai sekelompok siswa, maka nilai rata-rata menjadi . . .

- A. 62
- B. 63,5
- C. 66,5
- D. 65
- E. 67,5

25. Dua kelompok anak dengan jumlah masing-masing kelompok adalah 10 orang mempunyai rata-rata tinggi badan berturut-turut 164 cm dan 170 cm. Jika seorang anak dari masing-masing kelompok ditukarkan ternyata rata-rata tinggi badab kedua kelompok tersebut adalah sama. Selisih tinggi badan kedua anak yang ditukar adalah . . .

- A. 15
- B. 20
- C. 25
- D. 30
- E. 35

26. Suatu kelas terdiri dari 12 siswa laki-laki dan 18 siswa perempuan. Rata-rata nilai ulangan matematika siswa laki-laki adalah 68 dan rata-rata nilai ulangan matematika siswa perempuan adalah 74. Nilai rata-rata ulangan matematika kelas tersebut adalah . . .

- A. 70,8
- B. 71,6
- C. 73,2
- D. 72,9
- E. 75,1

27. Diketahui suatu data yang terdiri dari tiga datum mempunyai rata-rata 15, median 15 dan jangkauan 10. Nilai datum terbesar adalah . . .
- 18
  - 19
  - 20
  - 21
  - 22
28. Ujian Fisika diberikan kepada tiga kelas siswa yang berjumlah 120 orang. Jika banyaknya siswa kelas kedua 43 orang dan kelas ketiga 5 orang lebih banyak dari kelas pertama, maka jumlah siswa pada kelas ketiga adalah . . .
- 47
  - 41
  - 45
  - 42
  - 46
29. Berdasarkan soal diatas jika nilai rata-rata kelas pertama, kedua dan ketiga adalah 7,8 ; 7,2 dan 7,6, maka nilai rata-rata seluruh siswa adalah . . .
- 7,2
  - 7,3
  - 7,4
  - 7,5
  - 7,6
30. Pada ulangan matematika diketahui nilai rata-rata kelas adalah 58. jika rata-rata nilai matematika untuk siswa putra adalah 65, sedangkan untuk siswa putri rata-ratanya 54, maka perbandingan jumlah siswa putri dan putra pada kelas tersebut adalah . . .
- 3 : 4
  - 5 : 4
  - 6 : 5
  - 4 : 7
  - 7 : 4

# 12 – Peluang

## A. RUMUS-RUMUS

### 1. Faktorial

Bentuk umum rumus faktorial:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

Perhatikan bahwa  $1! = 1$  dan  $0! = 1$ .

### 2. Permutasi

Permutasi merupakan urutan yang mungkin dari elemen-elemen himpunan dengan memperhatikan urutan.

Permutasi  $n$  elemen berbeda disusun  $r$  elemen didefinisikan:

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}, \quad 0 < r < n$$

### 3. Kombinasi

Kombinasi urutan yang mungkin dari elemen-elemen himpunan tanpa memperhatikan urutan.

Kombinasi  $n$  elemen berbeda disusun  $r$  elemen didefinisikan:

$${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \quad 0 < r < n$$

### 4. Peluang

Peluang kejadian  $A$  didefinisikan sebagai;

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan  $n(A)$  merupakan banyak anggota dalam himpunan  $A$  dan  $n(S)$  merupakan banyak anggota dalam ruang sampel  $S$ .

### 5. Frekuensi Harapan

Frekuensi harapan kejadian  $A$  didefinisikan sebagai:

$$F_h(A) = n \times P(A)$$

dengan  $n$  merupakan banyaknya percobaan dan  $P(A)$  merupakan peluang kejadian  $A$ .

## B. CONTOH

Pilihlah salah satu jawaban yang benar !

1. Suatu tim bulu tangkis terdiri dari 10 orang putra dan 5 orang putri. Dari tim ini akan dibuat pasangan ganda, baik ganda putra, ganda putri, maupun ganda campuran. Banyaknya pasangan ganda yang dapat dibuat adalah ....  
 A. 45  
 B. 50  
 C. 55  
 D. 95  
 E. 105

### Penyelesaian:

Diketahui jumlah putra = 15 dan jumlah putri = 5. Gunakan kombinasi untuk menyelesaikan soal ini.

$$\begin{aligned} & \text{Banyaknya pasangan ganda yang dapat dibuat} \\ & = \text{pasangan ganda putra} + \text{pasangan ganda putri} \\ & + \text{pasangan ganda campuran} \\ & = {}_{10}C_2 + {}_5C_2 + {}_{10}C_1 \cdot {}_5C_1 \\ & = \frac{10!}{2!8!} + \frac{5!}{2!3!} + \frac{10!}{1!9!} \cdot \frac{5!}{1!4!} \\ & = 105 \end{aligned}$$

### Jawaban: E

2. Dua buah dadu dilempar satu kali secara bersamaan. Peluang muncul kedua mata dadu berjumlah 9 adalah ....  
 A.  $\frac{1}{12}$   
 B.  $\frac{1}{9}$   
 C.  $\frac{1}{6}$   
 D.  $\frac{1}{3}$

E.  $\frac{1}{4}$

**Penyelesaian:**

Jumlah  $(4, 5); (5, 4); (3, 6); (6, 3) \rightarrow n = 4$ .  
 Peluang muncul kedua mata dadu berjumlah 9  
 $= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

**Jawaban: B**

3. Dalam sebuah kotak terdapat 5 bola putih dan 3 bola hijau. Dari kotak itu diambil 3 bola sekaligus secara acak. Peluang terambil sekurang-kurangnya 1 bola hijau adalah ....
- A.  $\frac{5}{28}$
  - B.  $\frac{7}{28}$
  - C.  $\frac{13}{28}$
  - D.  $\frac{23}{28}$

E.  $\frac{27}{28}$

**Penyelesaian:**

Dalam kotak terdapat 5 bola putih dan 3 bola hijau. Jumlah total bola = 8. Gunakan kombinasi untuk menyelesaikan soal ini. Karena syaratnya minimal ada 1 bola hijau, maka kemungkinan-kemungkinannya: 1 hijau 2 putih, 2 hijau 1 putih, 3 hijau.

Sehingga peluangnya:

$P$  1 hijau 2 putih +  $P$  2 hijau 1 putih +  $P$  3 hijau

$$= \frac{{}_3C_1 \cdot {}_5C_2 + {}_3C_2 \cdot {}_5C_1 + {}_3C_3}{{}_8C_3}$$

$$= \frac{30 + 15 + 1}{56}$$

$$= \frac{46}{56}$$

$$= \frac{23}{28}$$

**Jawaban: D**

**Soal Latihan dan Tugas Mandiri**

Pilihlah salah satu jawaban yang benar!

1. Masing-masing kotak A dan B berisi 12 lampu pijar. Setelah diperiksa, ternyata pada kotak A terdapat 2 lampu rusak dan pada kotak B terdapat 1 lampu rusak. Dari masing-masing kotak diambil 1 lampu pijar secara acak. Peluang terambilnya sebuah lampu pijar rusak adalah ...
  - A.  $\frac{1}{72}$
  - B.  $\frac{1}{48}$
  - C.  $\frac{1}{8}$
  - D.  $\frac{2}{9}$
  - E.  $\frac{1}{4}$
2. Kotak I berisi 3 bola merah dan 2 bola putih. Kotak II berisi 3 bola hijau dan 5 bola biru. Dari masing-masing kotak diambil 2 bola sekaligus secara acak. Peluang terambilnya 2 bola merah dari kotak I dan 2 bola biru dari kotak II adalah ...

- A.  $\frac{1}{10}$
- B.  $\frac{3}{28}$
- C.  $\frac{4}{15}$
- D.  $\frac{3}{8}$
- E.  $\frac{57}{140}$

3. Banyak bilangan antara 2000 dan 6000 yang dapat disusun dari angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 dan tidak ada angka yang sama adalah ...
  - A. 1680
  - B. 1470
  - C. 1260
  - D. 1050
  - E. 840
4. Dalam suatu populasi keluarga dengan tiga orang anak, peluang keluarga tersebut mempunyai paling sedikit dua anak laki-laki adalah ...



- A.  $\frac{1}{8}$   
 B.  $\frac{1}{3}$   
 C.  $\frac{3}{8}$   
 D.  $\frac{1}{2}$   
 E.  $\frac{3}{4}$
5. Dua buah dadu dilempar bersama-sama. Peluang munculnya jumlah mata dadu 9 atau 10 adalah ...  
 A.  $\frac{5}{36}$   
 B.  $\frac{7}{36}$   
 C.  $\frac{8}{36}$   
 D.  $\frac{9}{36}$   
 E.  $\frac{11}{36}$
6. Kotak I berisi 5 bola merah dan 3 bola kuning. Kotak II berisi 2 bola merah dan 6 bola kuning. Dari masing-masing kotak diambil sebuah bola secara acak. Peluang terambilnya kedua bola berwarna sama adalah ...  
 A.  $\frac{1}{8}$   
 B.  $\frac{5}{16}$   
 C.  $\frac{7}{16}$   
 D.  $\frac{9}{16}$   
 E.  $\frac{7}{8}$
7. Dua dadu dilambungkan bersama-sama. Peluang muncul mata dadu pertama 3 dan mata dadu kedua 5 adalah ...  
 A.  $\frac{1}{6}$   
 B.  $\frac{5}{36}$   
 C.  $\frac{1}{9}$   
 D.  $\frac{1}{12}$   
 E.  $\frac{1}{36}$
8. Sebuah kotak berisi 5 bola merah dan, 4 bola biru dan 3 bola kuning. Dari kotak diambil 3 bola sekaligus secara acak. Peluang terambil 2 bola merah dan 1 bola biru adalah ...  
 A.  $\frac{1}{10}$   
 B.  $\frac{5}{36}$   
 C.  $\frac{1}{6}$   
 D.  $\frac{2}{11}$   
 E.  $\frac{4}{11}$
9. *A*, *B*, *C* dan *D* akan berfoto secara bersama berdampingan. Peluang *A* dan *B* selalu berdampingan adalah ...  
 A.  $\frac{1}{12}$   
 B.  $\frac{1}{6}$   
 C.  $\frac{1}{3}$   
 D.  $\frac{1}{2}$   
 E.  $\frac{2}{3}$
10. Dalam kantong I terdapat 5 kelereng merah dan 3 kelereng putih, dan kantong II terdapat 4 kelereng merah dan 6 kelereng hitam. Dari setiap kantong diambil satu kelereng secara acak. Peluang terambilnya kelereng putih dari kantong I dan kelereng hitam dari kantong II adalah ...  
 A.  $\frac{39}{40}$   
 B.  $\frac{9}{13}$   
 C.  $\frac{1}{2}$   
 D.  $\frac{9}{20}$   
 E.  $\frac{9}{40}$
11. Dua buah dadu dilempar secara bersamaan sebanyak satu kali. Peluang kejadian muncul jumlah mata dadu 9 atau 11 adalah ...

- A.  $\frac{1}{2}$   
 B.  $\frac{1}{4}$   
 C.  $\frac{1}{6}$   
 D.  $\frac{1}{8}$   
 E.  $\frac{1}{12}$
12. Suatu kotak berisi 5 kelereng merah dan 3 kelereng putih. Dua kelereng diambil satu persatu dimana kelereng pertama yang diambil dikembalikan lagi dalam kotak. Peluang terambilnya kelereng pertama dan kedua berwarna merah adalah . . .
- A.  $\frac{9}{64}$   
 B.  $\frac{15}{64}$   
 C.  $\frac{25}{64}$   
 D.  $\frac{3}{8}$   
 E.  $\frac{5}{8}$
13. Diketahui empat angka 4, 5, 6, dan 7. Banyaknya cara untuk menyusun bilangan-bilangan yang terdiri dari empat angka dengan syarat bahwa bilangan-bilangan itu tidak mempunyai angka yang sama, adalah . . .
- A. 8  
 B. 12  
 C. 16  
 D. 18  
 E. 24
14. Dua buah dadu bermata enam dilemparkan satu kali secara bersamaan. Peluang munculnya jumlah mata dadu 5 atau jumlah mata dadu 10 adalah . . .
- A.  $\frac{11}{36}$   
 B.  $\frac{10}{36}$   
 C.  $\frac{9}{36}$   
 D.  $\frac{8}{36}$   
 E.  $\frac{7}{36}$
15. Sebuah kotak berisi 10 bola, 4 berwarna merah dan 6 berwarna putih. Peluang bahwa kedua bola yang terambil atas 1 bola merah dan 1 bola putih adalah . . .
- A.  $\frac{8}{15}$   
 B.  $\frac{5}{12}$   
 C.  $\frac{6}{15}$   
 D.  $\frac{2}{9}$   
 E.  $\frac{1}{24}$
16. Dari sebuah kotak yang berisi 5 kelereng berwarna putih dan 3 kelereng berwarna merah, diambil 2 buah kelereng secara acak. Peluang terambil keduanya berwarna putih adalah . . .
- A.  $\frac{25}{64}$   
 B.  $\frac{5}{14}$   
 C.  $\frac{9}{28}$   
 D.  $\frac{1}{4}$   
 E.  $\frac{5}{32}$
17. Dari 10 orang siswa yang terdiri dari 7 orang putra dan 3 orang putri, akan dibentuk tim yang beranggotakan 5 orang. Jika disyaratkan anggota tim tersebut paling banyak 2 orang putri, banyaknya tim yang dapat dibentuk adalah . . .
- A. 168  
 B. 189  
 C. 210  
 D. 231  
 E. 252
18. Dari 12 orang yang terdiri dari 8 pria dan 4 perempuan akan dibentuk kelompok kerja yang beranggotakan 4 orang. Jika dalam kelompok kerja ini terdapat paling sedikit 2 pria, banyaknya cara membentuknya ada . . .
- A. 442  
 B. 448  
 C. 456  
 D. 462  
 E. 468

19. Bilangan yang terdiri dari tiga angka disusun dari angka-angka 2, 3, 5, 6, 7 dan 9. Banyaknya bilangan dengan angka-angka yang berlainan dan lebih kecil dari 400 adalah ...
- 20
  - 35
  - 40
  - 80
  - 120
20. Dari tiga huruf A, B, C dan tipe angka 1, 2, 3 akan dibuat plat nomor yang dimulai dengan satu huruf. Karena khawatir tidak ada yang mau memakai, pembuat plat nomor tidak diperbolehkan membuat plat nomor yang memuat angka 13. Banyaknya plat nomor yang dapat dibuat adalah ...
- 11
  - 27
  - 45
  - 54
  - 72
21. Sebuah dadu dilempar sekali, peluang munculnya bilangan genap prima adalah ...
- $\frac{5}{6}$
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{6}$
  - $\frac{1}{3}$
  - $\frac{2}{3}$
22. Sebuah kantong berisi 8 kelereng merah dan 5 kelereng biru, diambil tiga sekaligus secara acak. Peluang terambilnya 2 kelereng merah dan satu kelereng biru adalah ...
- $\frac{70}{143}$
  - $\frac{35}{143}$
  - $\frac{33}{143}$
  - $\frac{30}{143}$
  - $\frac{13}{143}$
23. Dalam sebuah kotak terdapat 4 kelereng merah dan 6 kelereng biru. Jika diambil dua kelereng berturut-turut tanpa pengembalian, maka probabilitasnya agar kelereng yang diambil pertama biru dan kedua juga biru adalah ...
- $\frac{2}{9}$
  - $\frac{1}{3}$
  - $\frac{4}{15}$
  - $\frac{1}{15}$
  - $\frac{3}{15}$
24. Pada pelemparan dua buah dadu satu kali, peluang munculnya mata dadu berjumlah 8 atau 5 adalah ...
- $\frac{2}{19}$
  - $\frac{5}{26}$
  - $\frac{1}{9}$
  - $\frac{2}{9}$
  - $\frac{1}{4}$
25. Tiga uang logam dilempar bersama-sama. Jika A adalah kejadian muncul tepat dua angka, maka  $P(A)$  adalah ...
- $\frac{3}{4}$
  - $\frac{1}{8}$
  - $\frac{2}{8}$
  - $\frac{3}{8}$
  - $\frac{5}{8}$
26. Dua dadu dilempar bersama-sama. Peluang muncul mata dadu pertama 3 dan mata dadu kedua 5 adalah ...
- $\frac{6}{36}$
  - $\frac{5}{36}$
  - $\frac{4}{36}$

- D.  $\frac{3}{36}$   
E.  $\frac{1}{36}$
27. Dua buah dadu dilempar bersama-sama. Peluang munculnya jumlah mata dadu 9 atau 10 adalah ...  
A.  $\frac{5}{36}$   
B.  $\frac{7}{36}$   
C.  $\frac{8}{36}$   
D.  $\frac{9}{36}$   
E.  $\frac{11}{36}$
28. Kotak pertama berisi 5 bola merah dan 3 bola kuning. Kotak kedua berisi dua bola merah dan 6 bola kuning. Dari masing-masing kotak diambil sebuah bola secara acak. Peluang terambilnya kedua bola berwarna sama adalah ...  
A.  $\frac{1}{8}$   
B.  $\frac{5}{16}$   
C.  $\frac{7}{16}$   
D.  $\frac{9}{16}$   
E.  $\frac{7}{8}$
29. Jika berlaku  $C_4^n = P_3^n$  maka nilai n adalah ...  
A. 9  
B. 12  
C. 15  
D. 27  
E. 35
30. Diketahui kejadian A dan B adalah kejadian yang saling bebas tetapi tidak saling lepas. Jika  $P(A) = \frac{1}{3}$  dan  $P(A \cup B) = \frac{2}{5}$  maka  $P(B)$  adalah ...  
A.  $\frac{2}{5}$   
B.  $\frac{14}{15}$   
C.  $\frac{3}{15}$   
D.  $\frac{3}{5}$   
E.  $\frac{4}{15}$